

Niveau : T <sup>ale</sup> Spécialité	Automatismes #2	Date : 22/09/20
Thème abordé : Suites		Note : ... / 5

Dans cet exercice, sauf mention du contraire, il n'est pas demandé de justification

	Énoncé	Réponses
1	Soit $(u_n)$ , la suite définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_0 = 6$ et $u_{n+1} = -2u_n + 3$ Calculer $u_1$ et $u_2$ .	$u_1 = \dots$ $u_2 = \dots$
2	On pose, pour tout entier naturel $n$ : $v_n = u_n - 1$ a) Compléter le raisonnement pour démontrer que la suite $(v_n)$ est géométrique de raison $q = -2$	a) On sait que $v_n = u_n - 1$ On en déduit : $v_{n+1} = \dots$ Or $u_{n+1} = \dots$ Donc : $v_{n+1} = \dots$ $v_{n+1} = \dots$ Or : $v_n = u_n - 1 \Leftrightarrow u_n = \dots$ On en déduit : $v_{n+1} = \dots$ $v_{n+1} = \dots$ $v_{n+1} = \dots$ b) $v_0 = \dots$
3	a) Exprimer $v_n$ en fonction de $n$ . b) En déduire $u_n$ en fonction de $n$ .	a) ..... b) .....
4	La suite $(u_n)$ est elle monotone ?	
5	La suite $(u_n)$ semble-t-elle converger ?	

Niveau : T <sup>ale</sup> Spécialité	Automatismes #2	Date : 22/09/20
Thème abordé : Suites		Note : ... / 5

Dans cet exercice, sauf mention du contraire, il n'est pas demandé de justification

	Énoncé	Réponses
1	Soit $(u_n)$ , la suite définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_0 = 6$ et $u_{n+1} = -2u_n + 3$ Calculer $u_1$ et $u_2$ .	$u_1 = \dots$ $u_2 = \dots$
2	On pose, pour tout entier naturel $n$ : $v_n = u_n - 1$ a) Compléter le raisonnement pour démontrer que la suite $(v_n)$ est géométrique de raison $q = -2$	a) On sait que $v_n = u_n - 1$ On en déduit : $v_{n+1} = \dots$ Or $u_{n+1} = \dots$ Donc : $v_{n+1} = \dots$ $v_{n+1} = \dots$ Or : $v_n = u_n - 1 \Leftrightarrow u_n = \dots$ On en déduit : $v_{n+1} = \dots$ $v_{n+1} = \dots$ $v_{n+1} = \dots$ b) $v_0 = \dots$
3	a) Exprimer $v_n$ en fonction de $n$ . b) En déduire $u_n$ en fonction de $n$ .	a) ..... b) .....
4	La suite $(u_n)$ est elle monotone ?	
5	La suite $(u_n)$ semble-t-elle converger ?	

Niveau : T <sup>ale</sup> Spécialité Thème abordé : Suites	Automatismes #2 - Correction -	Date : 22/09/20
---	-----------------------------------	-----------------

	Réponses	Éléments de correction
1	$u_1 = -9$ $u_2 = 21$	$u_0 = 6$ et $u_{n+1} = -2u_n + 3$ Donc $u_1 = -2 \times 6 + 3 = -9$ $u_2 = -2 \times (-9) + 3 = 21$
2	a) On sait que $v_n = u_n - 1$ On en déduit : $v_{n+1} = u_{n+1} - 1$ Or $u_{n+1} = -2u_n + 3$ Donc : $v_{n+1} = -2u_n + 3 - 1$ $v_{n+1} = -2u_n + 2$ Or : $v_n = u_n - 1 \Leftrightarrow u_n = v_n + 1$ On en déduit : $v_{n+1} = -2(v_n + 1) + 2$ $v_{n+1} = -2v_n - 2 + 2$ $v_{n+1} = -2v_n$ b) $v_0 = 5$	a) On sait que $v_n = u_n - 1$ On en déduit l'expression de $v_{n+1}$ en fonction de $u_{n+1}$ . On injecte la formule de récurrence qui définit $(u_n)$ : $u_{n+1} = -2u_n + 3$ On inverse la relation entre $(v_n)$ et $(u_n)$ : $v_n = u_n - 1 \Leftrightarrow u_n = v_n + 1$ On en déduit l'expression de $v_{n+1}$ en fonction de $v_n$ . b) $v_0 = u_0 - 1 = 6 - 1 = 5$
3	a) $v_n = 5 \times (-2)^n$ b) $u_n = 1 + 5 \times (-2)^n$	a) $(v_n)$ est géométrique de raison $q = -2$ et de premier terme $v_0 = 5$ donc $v_n = v_0 \times q^n = 5 \times (-2)^n$ b) $u_n = v_n + 1 = 1 + 5 \times (-2)^n$
4	NON	$u_0 = 6$ $u_1 = -9$ $u_2 = 21$ $u_0 > u_1$ mais $u_1 < u_2$ Donc $(u_n)$ n'est pas monotone
5	NON	D'un terme à l'autre les valeurs changent de signe mais augmentent en valeur absolue donc $(u_n)$ semble divergente.

Niveau : T <sup>ale</sup> Spécialité Thème abordé : Suites	Automatismes #2 - Correction -	Date : 22/09/20
---	-----------------------------------	-----------------

	Réponses	Éléments de correction
1	$u_1 = -9$ $u_2 = 21$	$u_0 = 6$ et $u_{n+1} = -2u_n + 3$ Donc $u_1 = -2 \times 6 + 3 = -9$ $u_2 = -2 \times (-9) + 3 = 21$
2	a) On sait que $v_n = u_n - 1$ On en déduit : $v_{n+1} = u_{n+1} - 1$ Or $u_{n+1} = -2u_n + 3$ Donc : $v_{n+1} = -2u_n + 3 - 1$ $v_{n+1} = -2u_n + 2$ Or : $v_n = u_n - 1 \Leftrightarrow u_n = v_n + 1$ On en déduit : $v_{n+1} = -2(v_n + 1) + 2$ $v_{n+1} = -2v_n - 2 + 2$ $v_{n+1} = -2v_n$ b) $v_0 = 5$	a) On sait que $v_n = u_n - 1$ On en déduit l'expression de $v_{n+1}$ en fonction de $u_{n+1}$ . On injecte la formule de récurrence qui définit $(u_n)$ : $u_{n+1} = -2u_n + 3$ On inverse la relation entre $(v_n)$ et $(u_n)$ : $v_n = u_n - 1 \Leftrightarrow u_n = v_n + 1$ On en déduit l'expression de $v_{n+1}$ en fonction de $v_n$ . b) $v_0 = u_0 - 1 = 6 - 1 = 5$
3	a) $v_n = 5 \times (-2)^n$ b) $u_n = 1 + 5 \times (-2)^n$	a) $(v_n)$ est géométrique de raison $q = -2$ et de premier terme $v_0 = 5$ donc $v_n = v_0 \times q^n = 5 \times (-2)^n$ b) $u_n = v_n + 1 = 1 + 5 \times (-2)^n$
4	NON	$u_0 = 6$ $u_1 = -9$ $u_2 = 21$ $u_0 > u_1$ mais $u_1 < u_2$ Donc $(u_n)$ n'est pas monotone
5	NON	D'un terme à l'autre les valeurs changent de signe mais augmentent en valeur absolue donc $(u_n)$ semble divergente.