

*L'utilisation de la calculatrice est autorisée. La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. Le sujet devra être rendu.*

**Exercice 1** : Probabilités.

**... / 5 points**

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A :

On interroge au hasard 200 personnes à la sortie d'une salle de cinéma à propos du roman dont le film qu'ils ont vu est une adaptation.

- 70 % des personnes interrogées ont aimé le film.
- 95 personnes ont lu le roman avant de venir voir le film.
- Parmi les personnes qui ont lu le roman, 55 ont apprécié l'adaptation.

On considère les évènements F : « La personne a aimé le film » et R : « La personne a lu le roman ».

1. Compléter le tableau ci-dessous en indiquant les effectifs.

|                |   |                |       |
|----------------|---|----------------|-------|
|                | F | $\overline{F}$ | Total |
| R              |   |                |       |
| $\overline{R}$ |   |                |       |
| Total          |   |                | 200   |

Par la suite, les résultats seront donnés sous forme décimale.

2. Déterminer les probabilités P(F) et P(R).
3. Quelle est la probabilité que la personne interrogée n'ait pas aimé le film ?
4. Quelle est la probabilité que la personne interrogée n'ait pas aimé le film et n'ait pas lu le roman ?

Partie B :

On considère une urne contenant 10 boules numérotées de 1 à 10.

La boule n°1 est verte, les boules n°2, n°3 et n°4 sont rouges et les autres sont bleues.

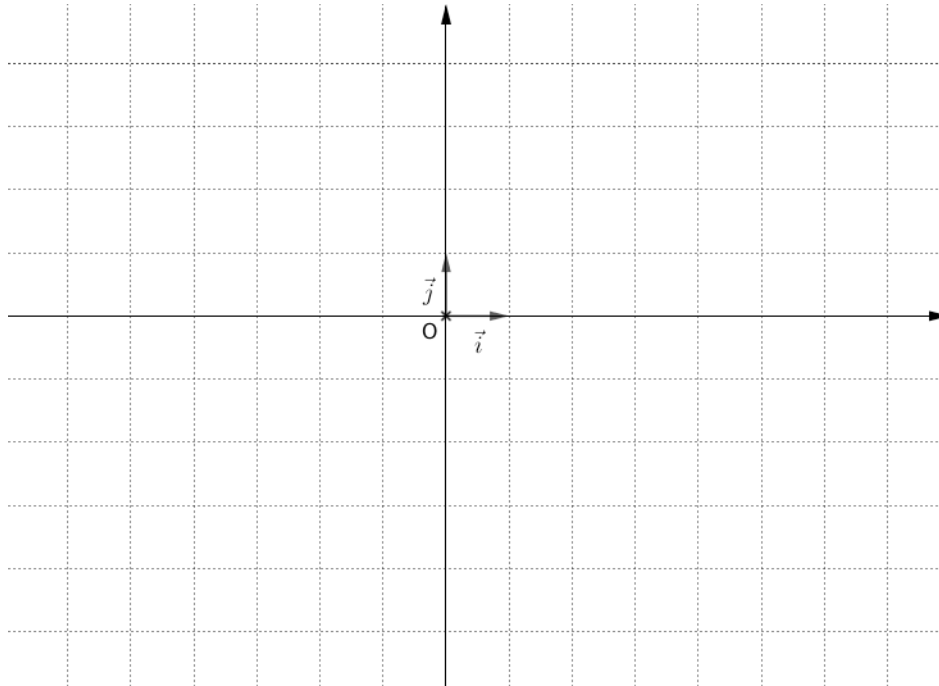
On tire une boule au hasard et on regarde sa couleur et son numéro.

1. Quelle est la probabilité d'obtenir une boule rouge avec un numéro pair ?
2. Quelle est la probabilité d'obtenir une boule verte ?
3. Quelle est la probabilité d'obtenir une boule verte avec un numéro pair ?
4. Quelle est la probabilité d'obtenir une boule bleue avec un numéro pair ?
5. On a tiré une boule rouge. Quelle est la probabilité qu'elle ait un numéro pair ?

**Exercice 2** : Vecteurs et géométrie.

... / 8 points

- Placer les points A(2 ; 0), B(-1 ; 1) et C(-2 ; 4) dans le repère orthonormé (O ;  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$ ) ci-dessous. Vous complèterez la figure au fur et à mesure de l'exercice.
- Calculer les coordonnées des vecteurs  $\overrightarrow{BA}$ ,  $\overrightarrow{BC}$  et  $\overrightarrow{AC}$ . Vérifiez vos calculs sur le graphique.
- On donne  $AC = 4\sqrt{2}$  et  $BC = \sqrt{10}$ . Calculer la longueur AB. En déduire la nature du triangle ABC.
- Déterminer les coordonnées du point D tel que ABCD est un parallélogramme. Quelle est la nature précise de ce parallélogramme ? Justifier.
- a) Soit E(6 ; -4). Démontrer que A est le milieu de [CE].  
b) Calculer les coordonnées du point F défini par  $\overrightarrow{CF} = 2\overrightarrow{CB}$ .  
c) On suppose F(0 ; -2). Démontrer que les droites (AB) et (EF) sont parallèles.

**Exercice 3** : Fonctions affines et droites.

... / 8 points

Partie A :

Un club de squash propose trois tarifs à ses adhérents :

- Tarif A : 8 € par séance.
- Tarif B : Achat d'une carte privilège à 40 € pour l'année donnant droit à un tarif réduit à 5 € par séance.
- Tarif C : Achat d'une carte confort de 160 € valable une année et donnant droit à un accès illimité.

Mélissa, nouvelle adhérente au club étudie les différents tarifs.

- a) Compléter le tableau suivant

|                            |    |    |    |
|----------------------------|----|----|----|
| Nombre de séances          | 10 | 18 | 25 |
| Coût total avec le tarif A |    |    |    |
| Coût total avec le tarif B |    |    |    |
| Coût total avec le tarif C |    |    |    |

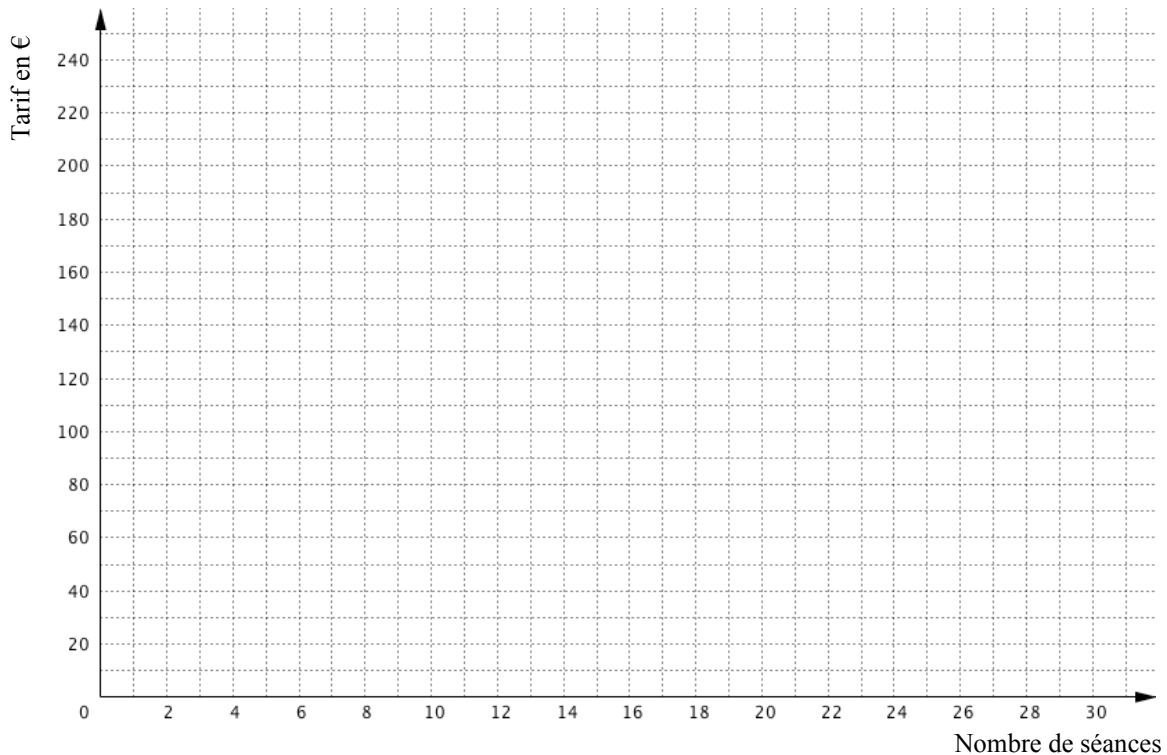
- b) Compléter. Quel est le tarif le plus avantageux si Mélissa désire faire :

- 10 séances dans l'année ? .....
- 18 séances dans l'année ? .....
- 25 séances dans l'année ? .....

2. On note  $x$  le nombre de séances. Compléter les phrases suivantes, en indiquant à quel tarif correspond chaque fonction et en donnant la nature précise de chaque fonction.
  - On note  $f(x) = 5x + 40$  le coût total pour  $x$  séances avec le tarif ...  
 $f$  est une fonction .....
  - On note  $g(x) = 8x$  le coût total pour  $x$  séances avec le tarif ...  
 $g$  est une fonction .....
  - On note  $h(x) = 160$  le coût total pour  $x$  séances avec le tarif ...  
 $h$  est une fonction .....
3. a) Résoudre l'inéquation  $5x + 40 \leq 8x$ . Donner l'ensemble des solutions sous la forme d'un intervalle.  
b) Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Partie B :

1. Représenter les fonctions  $f$ ,  $g$  et  $h$  dans le repère donné ci-dessous.
2. Déterminer graphiquement le nombre de séances à partir duquel le tarif C devient le plus avantageux. Vous ferez apparaître sur le graphique les tracés nécessaires.
3. Mélissa souhaite ne pas dépasser 130 € pour cette activité. Déterminer graphiquement le tarif qu'elle doit choisir si elle veut faire le plus de séances possible. Vous ferez apparaître sur le graphique les tracés nécessaires.



Partie C :

1. Compléter le programme ci-contre, écrit en Python, pour qu'il indique le tarif le plus avantageux en fonction du nombre  $x$  de séances ainsi que le prix à payer.
2. L'amie de Mélissa avait prévu de faire du squash une fois par semaine et avait choisi le tarif C. Finalement, elle n'a pu se libérer pour ce sport qu'une semaine sur deux. Ce tarif restera-t-il le plus avantageux ? Justifier. On rappelle qu'une année comporte 52 semaines.

```

x = int ( input ( " Nombre de seances " ) )
a = .....
b = .....
if a < b :
    if a < 160 :
        print ( " Tarif A " , a )
    else :
        print ( " Tarif ... " , 160 )
else :
    if ..... :
        print ( ..... )
    else :
        print ( ..... )
  
```

**Exercice 4** : Calcul littéral.

... / 9 points

Les différentes parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A :

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 4 - 2x$ .

1. a) Compléter le tableau de variations de la fonction  $f$ . Justifier : .....

|                   |           |           |
|-------------------|-----------|-----------|
| $x$               | $-\infty$ | $+\infty$ |
| Variations de $f$ |           |           |

- b) On suppose que  $a$  et  $b$  sont deux réels tels que  $a < b$ . Comparer  $f(a)$  et  $f(b)$  : .....

2. a) Dresser le tableau de signes de la fonction  $f$ . Justifier.  
b) En déduire les solutions de l'inéquation  $4 - 2x \leq 0$ .

Partie B :

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = 2(x - 3)^2 - 8$$

Un logiciel de calcul formel donne les résultats ci-contre :

| Calcul formel                    |                                    |
|----------------------------------|------------------------------------|
| 1                                | $f(x) := 2(x-3)^2 - 8$             |
| <input checked="" type="radio"/> | $\rightarrow f(x) := 2(x-3)^2 - 8$ |
| 2                                | Développer( $f(x)$ )               |
| <input type="radio"/>            | $\rightarrow 2x^2 - 12x + 10$      |
| 3                                | Factoriser( $f(x)$ )               |
| <input type="radio"/>            | $\rightarrow 2(x-5)(x-1)$          |

1. Démontrer que ces résultats sont corrects.
2. A partir de la forme la plus adaptée de  $f(x)$  :
  - a) Résoudre  $f(x) = 0$
  - b) Résoudre  $f(x) = -8$
  - c) Déterminer le ou les antécédents éventuels de 10.
  - d) Calculer l'image de  $\sqrt{3}$  par  $f$ .

Partie C :

1. Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} x + y = 195 \\ x + 2y = 240 \end{cases}$$

2. Lola s'est rendue à Paris en voiture en empruntant la route puis l'autoroute. Le trajet, d'une distance totale de 195 km a duré 2 h. Lola a roulé à une vitesse moyenne de 60 km.h<sup>-1</sup> sur route et de 120 km.h<sup>-1</sup> sur autoroute. On note respectivement  $x$  et  $y$  les distances, en km, parcourues par Lola sur autoroute et sur la route.
  - a) Justifier que la recherche de  $x$  et  $y$  peut conduire à la résolution du système précédent. Toute trace de recherche sera valorisée.
  - b) Quelle est la distance parcourue par Lola sur autoroute ? Sur route ?

Indication : On rappelle les deux formules de Physique suivante :

$$v = \frac{d}{t} \Leftrightarrow t = \frac{d}{v}$$

qui relie la distance parcourue  $d$  en un temps  $t$  à la vitesse moyenne  $v$ .

Exercice 1 : Probabilités.

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A :

On interroge au hasard 200 personnes à la sortie d'une salle de cinéma à propos du roman dont le film qu'ils ont vu est une adaptation.

- 70% des personnes interrogées ont aimé le film.
- 95 personnes ont lu le roman avant de venir voir le film.
- Parmi les personnes qui ont lu le roman, 55 ont apprécié l'adaptation.

On considère les événements  $F$  : « La personne a aimé le film » et  $R$  : « la personne a lu le roman ».

1. Compléter le tableau ci-dessous en indiquant les effectifs.

|           | $F$        | $\bar{F}$ | Total      |
|-----------|------------|-----------|------------|
| $R$       | <b>55</b>  | <b>40</b> | <b>95</b>  |
| $\bar{R}$ | <b>85</b>  | <b>20</b> | <b>105</b> |
| Total     | <b>140</b> | <b>60</b> | 200        |

2. Déterminer les probabilités  $p(F)$  et  $p(R)$ .

$$P(F) = \frac{140}{200} = 0,7 \quad \text{et} \quad P(R) = \frac{95}{200} = 0,475$$

3. Quelle est la probabilité que la personne interrogée n'ait pas aimé le film ?

$$60 \text{ personnes n'ont pas aimé le film, donc } P(\bar{F}) = \frac{60}{200} = 0,3 \\ \text{ou } P(\bar{F}) = 1 - P(F) = 1 - 0,7 = 0,3$$

4. Quelle est la probabilité que la personne interrogée n'ait pas aimé le film et n'ait pas lu le roman ?

$$20 \text{ personnes n'ont pas aimé le film et n'ont pas lu le roman, donc } P(\bar{F} \cap \bar{R}) = \frac{20}{200} = 0,1$$

Partie B :

On considère une urne contenant 10 boules numérotées de 1 à 10.

La boule n°1 est verte, les boules n°2, n°3 et n°4 sont rouges et les autres sont bleues.

On tire une boule au hasard et on regarde sa couleur et son numéro.

1. Quelle est la probabilité d'obtenir une boule rouge avec un numéro pair ?

$$\text{Les boules n°2 et n°4 sont les seules boules rouges avec un numéro pair donc la} \\ \text{probabilité d'obtenir une boule rouge avec un numéro pair est } p = \frac{2}{10} = 0,2$$

2. Quelle est la probabilité d'obtenir une boule verte ?

$$\text{La boule n°1 est la seule boule verte donc la probabilité d'obtenir une boule verte} \\ \text{est } p = \frac{1}{10} = 0,1$$

3. Quelle est la probabilité d'obtenir une boule verte avec un numéro pair ?

$$\text{La seule boule verte porte le n°1 qui est impair donc la probabilité d'obtenir une} \\ \text{boule verte avec un numéro pair est } p = \frac{0}{10} = 0$$

4. Quelle est la probabilité d'obtenir une boule bleue avec un numéro pair ?

Les boules bleues sont numérotées de 5 à 10, ainsi les boules n°6, n°8 et n°10 sont les seules boules bleues avec un numéro pair donc la probabilité d'obtenir une boule bleue avec un numéro pair est  $p = \frac{3}{10} = 0,3$

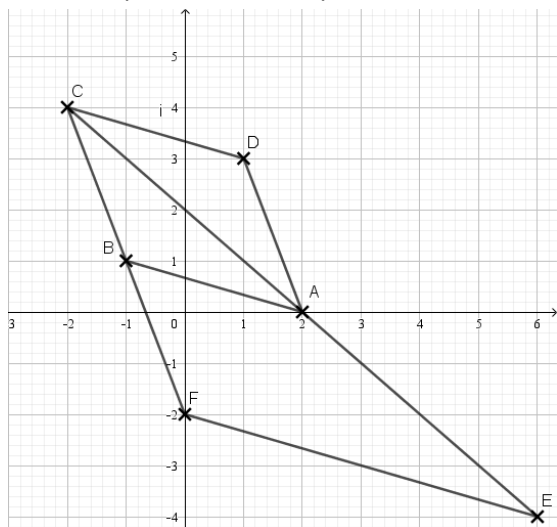
5. On a tiré une boule rouge. Quelle est la probabilité qu'elle ait un numéro pair ?

Les boules n°2, n°3 et n°4 sont rouges, il y a donc trois boules possibles. Parmi ces trois boules, les boules n°2 et n°4 ont des numéros pairs donc la probabilité d'obtenir une boule avec un numéro pair est  $p = \frac{2}{3}$ .

## Exercice n°2 : Vecteurs et géométrie

Dans  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , un repère orthonormé du plan, on considère les points  $A(2 ; 0)$ ,  $B(-1 ; 1)$  et  $C(-2 ; 4)$

1. Placer les points dans le repère donné en annexe. Vous complèterez au fur et à mesure de l'exercice.



2. Calculer les coordonnées des vecteurs  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{BC}$  et  $\overrightarrow{AC}$ . Vérifier vos calculs sur le graphique.

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 - 2 \\ 1 - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 - (-1) \\ 4 - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 - 2 \\ 4 - 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Par lecture graphique on retrouve les mêmes coordonnées.

3. On donne  $AC = 4\sqrt{2}$  et  $BC = \sqrt{10}$ . Calculer  $AB$ . En déduire la nature du triangle  $ABC$ .

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ donc } AB = \sqrt{(-3)^2 + 1^2} = \sqrt{9 + 1} = \sqrt{10}$$

- $AB^2 = 10$ ,  $AC^2 = (4\sqrt{2})^2 = 16 \times 2 = 32$ ,  $BC^2 = 10$   
 $32 \neq 10 + 10$  donc  $ABC$  n'est pas un triangle rectangle.
- $AB = BC$  donc le triangle  $ABC$  est isocèle en  $B$

4. Déterminer les coordonnées du point  $D$  tel qu' $ABCD$  soit un parallélogramme. Quelle est la nature précise du parallélogramme  $ABCD$  ?

- $ABCD$  est un parallélogramme  $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$  or  $\overrightarrow{DC} \begin{pmatrix} -2 - x_D \\ 4 - y_D \end{pmatrix}$  et  $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 = -2 - x_D \\ 1 = 4 - y_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 1 \\ y_D = 3 \end{cases} \text{ donc } D(1 ; 3)$$

- $AB = BC$ , donc  $ABCD$  est un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs égaux. C'est un losange

5. a) Soit  $E(6 ; -4)$ . Démontrer que  $A$  est le milieu de  $[CE]$ .

$$A \text{ est le milieu de } [CE] \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = \frac{x_C + x_E}{2} \\ y_A = \frac{y_C + y_E}{2} \end{cases} \text{ or } \begin{cases} \frac{x_C + x_E}{2} = \frac{-2 + 6}{2} \\ \frac{y_C + y_E}{2} = \frac{4 + (-4)}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x_C + x_E}{2} = 2 = x_A \\ \frac{y_C + y_E}{2} = 0 = y_A \end{cases} \text{ donc } A \text{ est le milieu de } [CE]$$

- b) Calculer les coordonnées du point  $F$  défini par  $\overrightarrow{CF} = 2\overrightarrow{CB}$ .

$$\text{On pose } F(x ; y) \quad \overrightarrow{CF} \begin{pmatrix} x_F - x_C \\ y_F - y_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_F + 2 \\ y_F - 4 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{CB} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ donc } \overrightarrow{CB} \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix} \text{ et } 2\overrightarrow{CB} \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{CF} = 2\overrightarrow{CB} \Leftrightarrow \begin{cases} x_F + 2 = 2 \\ y_F - 4 = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_F = 0 \\ y_F = -2 \end{cases} \text{ donc } F(0 ; -2)$$

- c) On suppose que  $F(0 ; -2)$ . Démontrer que les droites  $(AB)$  et  $(FE)$  sont parallèles.

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ et } \overrightarrow{FE} \begin{pmatrix} 6 - 0 \\ -4 - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \end{pmatrix} \text{ on constate que } \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \times (-3) \\ -2 \times 1 \end{pmatrix} \text{ d'où } \overrightarrow{FE} = -2\overrightarrow{AB}$$

donc les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{FE}$  sont colinéaires. On en déduit que les droites  $(AB)$  et  $(FE)$  sont parallèles

ou bien pour montrer la colinéarité :

$\frac{6}{-3} = -2$  et  $\frac{-2}{1} = -2$  on en déduit que les coordonnées des vecteurs sont proportionnelles donc les vecteurs

$\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{FE}$  sont colinéaires etc...

ou bien pour montrer la colinéarité :

$$\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{FE}) = \begin{vmatrix} -3 & 6 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = -3 \times (-2) - 1 \times 6 = 6 - 6 = 0 \text{ donc les vecteurs } \overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{FE} \text{ sont colinéaires etc...}$$

### Exercice 3 :

#### Partie A :

1. a)

|                            |                         |                          |                          |
|----------------------------|-------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Nombre de séances          | 10                      | 18                       | 25                       |
| Coût total avec le tarif A | $8 \times 10 = 80$      | $8 \times 18 = 144$      | $8 \times 25 = 200$      |
| Coût total avec le tarif B | $40 + 5 \times 10 = 90$ | $40 + 5 \times 18 = 130$ | $40 + 5 \times 25 = 165$ |
| Coût total avec le tarif C | 160                     | 160                      | 160                      |

b) Quel est le tarif le plus avantageux si Mélissa désire faire :

- 10 séances dans l'année ? Tarif A
- 18 séances dans l'année ? Tarif B
- 25 séances dans l'année ? Tarif C

■ 2. On note  $f(x) = 5x + 40$  le coût total pour  $x$  séances avec le tarif B.  $f$  est une fonction affine.

■ On note  $g(x) = 8x$  le coût total pour  $x$  séances avec le tarif A.  $f$  est une fonction linéaire.

■ On note  $h(x) = 160$  le coût total pour  $x$  séances avec le tarif C.  $f$  est une fonction constante.

3. a)  $5x + 40 \leq 8x$

$$40 \leq 3x$$

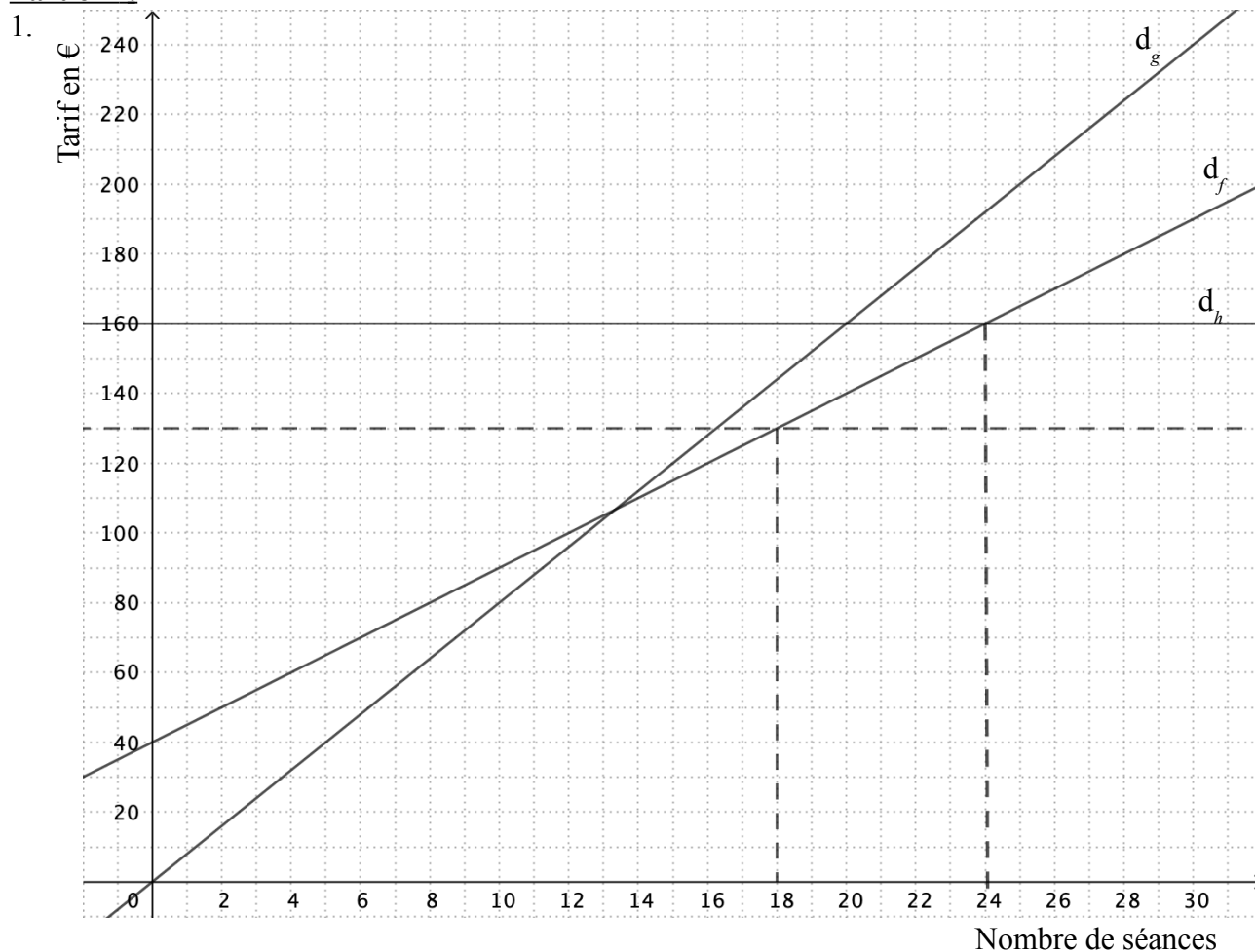
$$\frac{40}{3} \leq x$$

$$x \geq \frac{40}{3}$$

L'ensemble de solutions de cette inéquation est l'intervalle  $[\frac{40}{3}; +\infty[$ .

b)  $\frac{40}{3} \approx 13,3$  On en déduit qu'à partir de 14 séances, le tarif B est plus avantageux que le tarif A.

#### Partie B :





2. Le tarif C devient le plus avantageux au-delà de 24 séances, soit à partir de 25 séances par an.
3. Mélissa doit choisir le tarif B, avec lequel elle pourra faire 18 séances pour 130 €.

**Partie C :**

1.  $x = \text{int}(\text{input}(\text{"Nombre de seances"}))$

$a = 8 * x$

$b = 5 * x + 40$

if  $a < b$  ;

    if  $a < 160$  :

        print("Tarif A",a)

    else :

        print("Tarif C",160)

else :

    if  $b < 160$  :

        print("Tarif B",b)

    else :

        print("Tarif C",160)

2.  $\frac{52}{2} = 26$  , l'amie de Mélissa a donc fait 26 séances.

$26 > 14$  donc d'après la question 3 de la partie A, le tarif B est plus avantageux que le tarif A.

Prix avec le tarif B :  $40 + 5 \times 26 = 170$

$170 > 160$  donc le tarif C reste avantageux même si l'amie de Mélissa n'a pu se libérer qu'une semaine sur deux.

#### Exercice 4 : Calcul littéral.

##### Partie A :

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 4 - 2x$ .

1. a) Compléter le tableau de variations de la fonction  $f$ .

|                   |           |           |
|-------------------|-----------|-----------|
| $x$               | $-\infty$ | $+\infty$ |
| Variations de $f$ | ↘         |           |

**Justification** :  $f$  est affine de coefficient directeur  $a = -2 < 0$  donc  $f$  est décroissante sur  $\mathbb{R}$ .

- b) On suppose que  $a$  et  $b$  sont deux réels tels que  $a < b$ . Comparer  $f(a)$  et  $f(b)$  :

$$f(a) > f(b)$$

2. a) Dresser le tableau de signes de la fonction  $f$ . Justifier.

|                 |           |   |           |
|-----------------|-----------|---|-----------|
| $x$             | $-\infty$ | 2 | $+\infty$ |
| Signe de $f(x)$ | +         | 0 | -         |

**Justification** :  $f$  est décroissante sur  $\mathbb{R}$  donc d'abord positive puis négative.

$$\text{De plus : } f(x) = 0 \Leftrightarrow 4 - 2x = 0 \Leftrightarrow 4 = 2x \Leftrightarrow x = \frac{4}{2} = 2$$

- b) En déduire les solutions de l'inéquation  $4 - 2x \leq 0$ .

$$\text{D'après le tableau de signe précédent : } 4 - 2x \leq 0 \Leftrightarrow x \in [2 ; +\infty[$$

##### Partie B :

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = 2(x - 3)^2 - 8$$

Un logiciel de calcul formel donne les résultats ci-contre :

1. Démontrer que ces résultats sont corrects.

$$\begin{aligned} \text{D'une part : } f(x) &= 2(x - 3)^2 - 8 \\ f(x) &= 2(x^2 - 2 \times x \times 3 + 3^2) - 8 \\ f(x) &= 2(x^2 - 6x + 9) - 8 \\ f(x) &= 2x^2 - 12x + 18 - 8 = 2x^2 - 12x + 10 \end{aligned}$$

##### Calcul formel

|                                  |                                    |
|----------------------------------|------------------------------------|
| 1                                | $f(x) := 2(x-3)^2 - 8$             |
| <input checked="" type="radio"/> | $\rightarrow f(x) := 2(x-3)^2 - 8$ |
| 2                                | Développer( $f(x)$ )               |
| <input type="radio"/>            | $\rightarrow 2x^2 - 12x + 10$      |
| 3                                | Factoriser( $f(x)$ )               |
| <input type="radio"/>            | $\rightarrow 2(x-5)(x-1)$          |

$$\text{D'autre part : } A = 2(x - 5)(x - 1) = 2(x^2 - x - 5x + 5) = 2(x^2 - 6x + 5) = 2x^2 - 12x + 10 = f(x)$$

2. A partir de la forme la plus adaptée de  $f(x)$  :

- a) Résoudre  $f(x) = 0$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 2(x - 5)(x - 1) = 0$$

Or, un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul.

$$2 \neq 0 \text{ donc } x - 5 = 0 \text{ ou } x - 1 = 0. \text{ On en déduit : } x = 5 \text{ ou } x = 1$$

- b) Résoudre  $f(x) = -8$

$$f(x) = -8 \Leftrightarrow 2(x - 3)^2 - 8 = -8 \Leftrightarrow 2(x - 3)^2 = 0 \Leftrightarrow (x - 3)^2 = 0 \Leftrightarrow x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3$$

- c) Déterminer le ou les antécédents éventuels de 10.

$$f(x) = 10 \Leftrightarrow 2x^2 - 12x + 10 = 10 \Leftrightarrow 2x^2 - 12x = 0 \Leftrightarrow 2x(x - 6) = 0$$

Or, un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul. On en déduit :  $x = 0$  ou  $x = 6$

Ainsi, 10 a deux antécédents : 0 et 6.

- d) Calculer l'image de  $\sqrt{3}$  par  $f$ .

$$f(\sqrt{3}) = 2\sqrt{3}^2 - 12\sqrt{3} + 10 = 2 \times 3 - 12\sqrt{3} + 10 = 6 - 12\sqrt{3} + 10 = 16 - 12\sqrt{3}$$

### Partie C :

1. Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} x + y = 195 \\ x + 2y = 240 \end{cases}$$

1<sup>ère</sup> méthode : En utilisant la méthode par substitution

$$\begin{cases} x + y = 195 \\ x + 2y = 240 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 195 - y \\ x + 2y = 240 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 195 - y \\ 195 - y + 2y = 240 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 195 - y \\ y = 240 - 195 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 195 - y \\ y = 45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 195 - 45 \\ y = 45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 150 \\ y = 45 \end{cases}$$

2<sup>ème</sup> méthode : En utilisant la méthode par combinaison linéaire

$$\begin{cases} x + y = 195 \\ x + 2y = 240 \end{cases} \quad \text{On soustrait la ligne 1 à la ligne 2}$$

$$\begin{cases} x = 195 - y \\ x + 2y - x - y = 240 - 195 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 195 - y \\ y = 45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 195 - 45 \\ y = 45 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 150 \\ y = 45 \end{cases}$$

2. Lola s'est rendue à Paris en voiture en empruntant la route puis l'autoroute.

Le trajet, d'une distance totale de 195 km a duré 2 h. Lola a roulé à une vitesse moyenne de 60 km.h<sup>-1</sup> sur route et de 120 km.h<sup>-1</sup> sur autoroute. On note respectivement  $x$  et  $y$  les distances, en km, parcourues par Lola sur autoroute et sur la route.

a) Justifier que la recherche de  $x$  et  $y$  peut conduire à la résolution du système précédent.

Toute trace de recherche sera valorisée.

$x$  et  $y$  désignent respectivement les distances, en km, parcourues par Lola sur autoroute et sur la route.

La distance totale parcourue étant de 195 km, on en déduit :  $x + y = 195$

De plus, Lola a roulé pendant 2 h à une vitesse moyenne de 60 km.h<sup>-1</sup> sur route et de 120 km.h<sup>-1</sup> sur autoroute

En utilisant la formule  $\frac{d}{v} = t$ , on en déduit :  $\frac{x}{120} + \frac{y}{60} = 2$

En multipliant chaque membre de cette équation par 120 on obtient :  $120 \left( \frac{x}{120} + \frac{y}{60} \right) = 2 \times 120$

$$120 \times \frac{x}{120} + 120 \times \frac{y}{60} = 240$$

$$x + 2y = 240$$

Finalement, pour déterminer  $x$  et  $y$  on peut résoudre le système :  $\begin{cases} x + y = 195 \\ x + 2y = 240 \end{cases}$

b) Quelle est la distance parcourue par Lola sur autoroute ? Sur route ?

$x$  et  $y$  sont les solutions du système résolu à la question 2.a) donc  $x = 150$  et  $y = 45$ .

Lola a parcouru 150 km sur autoroute et 45 km sur route.