Nom : Classe : 2nde 5	**Devoir maison n°1** Fonctions et équations à préparer pour le : 28 / 09 / 18	Note : … / 10

Je sais :	Avis de l'élève : Oui	Avis de l'élève : Non	Avis du professeur : Oui	Avis du professeur : Non
Déterminer, en justifiant, l'ensemble de définition d'une fonction.				
Calculer des images.				
Déterminer l'ordonnée d'un point, connaissant son abscisse.				
Déterminer les antécédents éventuels de différents nombres par une fonction.				
Déterminer si un point d'ordonnée fixée peut exister sur une courbe.				
Déterminer si un point de coordonnées fixées appartient ou non à une courbe.				
Résoudre des équations.				
Justifier qu'une fonction peut s'écrire sous différentes formes.				
Utiliser la forme la plus adaptée d'une fonction pour calculer des images / des antécédents.				

Exercice 1 : f est la fonction définie par $f : x \mapsto \frac{5x}{2x-8}$.
On note $\mathscr{C}f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1. Déterminer, en justifiant, l'ensemble de définition de f.
2. a) Calculer l'image de -1 puis de $\frac{1}{2}$ par f.

   b) Déterminer l'ordonnée du point A de $\mathscr{C}f$ qui a pour abscisse $\frac{3}{2}$. **(Calcul fractionnaire attendu.)**
3. a) Calculer le ou les antécédents éventuels de 1 puis de $\frac{5}{2}$ par f.

   b) Existe-t-il au moins un point B sur $\mathscr{C}f$ dont l'ordonnée vaut 5 ? Justifier.
4. L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse ? Justifier.
   « Le point $C(1\ ;\ -0,83)$ appartient à la courbe représentative de f. »

Exercice 2 :

1. Résoudre l'équation suivante :
$$(x-2)(x+1) = (2x+6)(x+1)$$
2. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^2 + 2x - 3$

   a) Démontrer que pour tout réel x, on a : $g(x) = (x+1)^2 - 4$

   b) Démontrer que pour tout réel x, on a : $g(x) = (x-1)(x+3)$
3. En utilisant à chaque fois la forme la plus adaptée de $g(x)$, déterminer :

   a) Les antécédents éventuels de 0 puis 5 puis -3 par g.

   b) les images de 0 puis -3 puis -1 par g.

A propos de la notation des devoirs maison :
Les exercices contenus dans le sujet sont à travailler pour la date indiquée en entête mais le travail préparé à la maison n'est pas relevé. A la date indiquée, le professeur teste en classe un certain nombre de questions présentes dans ce sujet. Les élèves sont notés sur ce qu'ils savent refaire en classe.

Correction du DM n°1

Exercice 1 : f est la fonction définie par $f : x \mapsto \frac{5x}{2x-8}$.

On note $\mathscr{C}f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1. Déterminer, en justifiant, l'ensemble de définition de f.

$f(x)$ n'est définie que si et seulement si : $2x-8 \neq 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2x \neq 8 \quad \Leftrightarrow \quad x \neq \frac{8}{2} \quad \Leftrightarrow \quad x \neq 4$ Ainsi, f est définie sur $\mathbb{R}\backslash\{4\}$.

2. a) Calculer l'image de -1 puis de $\frac{1}{2}$ par f.

$f(-1) = \frac{5\times(-1)}{2\times(-1)-8} = \frac{-5}{-2-8} = \frac{-5}{-10} = \frac{1}{2}$ $f(\frac{1}{2}) = \frac{5\times\frac{1}{2}}{2\times\frac{1}{2}-8} = \frac{\frac{5}{2}}{1-8} = \frac{\frac{5}{2}}{-7} = \frac{5}{2} \times \frac{-1}{7} = \frac{-5}{14}$

b) Déterminer l'ordonnée du point A de $\mathscr{C}f$ qui a pour abscisse $\frac{3}{2}$.

$f(\frac{3}{2}) = \frac{5\times\frac{3}{2}}{2\times\frac{3}{2}-8} = \frac{\frac{15}{2}}{3-8} = \frac{\frac{15}{2}}{-5} = \frac{15}{2} \times \frac{-1}{5} = \frac{-15}{10} = \frac{-3}{2}$ Le point A d'abscisse $\frac{3}{2}$ a pour ordonnée $\frac{-3}{2}$.

3. a) Calculer le ou les antécédents éventuels de 1 puis de $\frac{5}{2}$ par f.

$f(x)=1 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{5x}{2x-8}=1$ En utilisant le produit en croix on obtient : $5x = 1 \times (2x-8)$ $5x = 2x-8$ $5x-2x = -8$ $3x = -8$ $x = \frac{-8}{3}$ Ainsi, le seul antécédent de 1 par f est $\frac{-8}{3}$.	$f(x)=\frac{5}{2} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{5x}{2x-8}=\frac{5}{2}$ En utilisant le produit en croix on obtient : $5x \times 2 = 5 \times (2x-8)$ $10x = 10x - 40$ $10x - 10x = -40$ $0 = -40$ Cette équation n'a pas de solution. Ainsi, $\frac{5}{2}$ n'admet aucun antécédent par f.

b) Existe-t-il au moins un point B sur $\mathscr{C}f$ dont l'ordonnée vaut 5 ? Justifier.

$f(x)=5 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{5x}{2x-8}=5 \quad \Leftrightarrow \quad 5x = 5\times(2x-8) \quad \Leftrightarrow \quad 5x = 10x-40$ $5x-10x = -40 \quad \Leftrightarrow \quad -5x = -40 \quad \Leftrightarrow \quad x = \frac{-40}{-5} \quad \Leftrightarrow \quad x = 8$ Ainsi, le point B de coordonnées $(8\ ;5)$ appartient à $\mathscr{C}f$.

4. L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse ? Justifier.
   « Le point $C(1\ ; -0,83)$ appartient à la courbe représentative de f. »

$f(1) = \frac{5\times1}{2\times1-8} = \frac{5}{2-8} = \frac{5}{-6} \neq -0,83$ Donc $C(1\ ; -0,83)$ n'appartient pas à la courbe représentative de f.

Exercice 2 :

1. Résoudre l'équation suivante :

$$(x-2)(x+1) = (2x+6)(x+1)$$

$(x-2)(x+1) = (2x+6)(x+1)$ $(x-2)(x+1) - (2x+6)(x+1) = 0$ $(x+1)[(x-2) - (2x+6)] = 0$ $(x+1)(x-2-2x-6) = 0$ $(x+1)(-x-8) = 0$ Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul. Donc : $x+1=0$ ou : $-x-8=0$ $x=-1$ ou : $-x=8$ $x=-1$ ou : $x=-8$

2. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^2 + 2x - 3$

a) Démontrer que pour tout réel x, on a : $g(x) = (x+1)^2 - 4$

En appliquant l'identité remarquable $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ on obtient : $\forall\, x \in \mathbb{R}$, A $= (x+1)^2 - 4$ A $= x^2 + 2 \times x \times 1 + 1^2 - 4$ A $= x^2 + 2x + 1 - 4$ A $= x^2 + 2x - 3 = g(x)$ Donc : $g(x) = (x+1)^2 - 4$

b) Démontrer que pour tout réel x, on a : $g(x) = (x-1)(x+3)$

$\forall\, x \in \mathbb{R}$, B $= (x-1)(x+3) = x^2 + 3x - x - 3 = x^2 + 2x - 3 = g(x)$ Donc : $g(x) = (x-1)(x+3)$

3. En utilisant à chaque fois la forme la plus adaptée de $g(x)$, déterminer :

a) Les antécédents éventuels de 0 puis 5 puis -3 par g.

$f(x) = 0$ $(x-1)(x+3) = 0$ Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul. Donc : $x-1=0$ ou : $x+3=0$ $x=1$ ou : $x=-3$ Les antécédents de 0 sont 1 et -3.	$f(x) = 5$ $(x+1)^2 - 4 = 5$ $(x+1)^2 = 5+4$ $(x+1)^2 = 9$ Donc $x+1 = \sqrt{9}$ ou : $x+1 = -\sqrt{9}$ Donc : $x = 3-1$ ou : $x = -3-1$ Donc : $x=2$ ou : $x=-4$ Les antécédents de 5 sont 2 et -4.	$f(x) = -3$ $x^2 + 2x - 3 = -3$ $x^2 + 2x = 0$ $x(x+2) = 0$ Donc : $x=0$ ou : $x+2=0$ $x=0$ ou : $x=-2$ Les antécédents de -3 sont 0 et -2.

b) les images de 0 puis -3 puis -1 par g.

$f(0) = 0^2 + 2 \times 0 - 3 = -3$ $f(-3) = (-3-1)(-3+3) = -4 \times 0 = 0$ $f(-1) = (-1+1)^2 - 4 = 0^2 - 4 = -4$