Nom : Classe : 2^{nde} 5	**Devoir maison n°1** Fractions / Puissances / Démonstrations / Equations	à préparer pour le : 22 / 10 / 21

Exercice 1 : *[Calculer]* Calculer en détaillant les étapes.

A $= \dfrac{13}{30} - \dfrac{7}{15} + \dfrac{5}{3}$ B $= \dfrac{7}{12} - \dfrac{5}{12} \times \dfrac{-18}{25}$ C $= \dfrac{7}{4} \div 2 - \dfrac{1}{6} \times \dfrac{2}{-3}$ D $= \dfrac{\frac{7}{12}}{\frac{5}{6} + \frac{1}{2}}$ E $= \left(\dfrac{3}{5}\right)^2 - \dfrac{-5}{6}$

Exercice 2 : *[Mener une recherche / Modéliser]*

L'énergie cinétique d'un objet de masse m (en kg) et de vitesse v (en m.s^{-1}) est $E_c = \dfrac{1}{2} m v^2$.

1. On considère une éolienne dont le rotor est constitué de 3 pâles, chacune de longueur 88 m. Cette éolienne fonctionne à une vitesse de rotation moyenne v de 9 tours.min^{-1}.
   a) Déterminer la distance parcourue en 1 tour, au mètre près, en se situant à la pointe de l'une des pâles.
   b) En déduire le calcul de la vitesse moyenne de rotation en m.s^{-1}.
   c) Déterminer l'énergie cinétique produite par une éolienne dont le rotor pèse 575t et fonctionne à une vitesse moyenne de 83 m.s^{-1}. Donner le résultat en notation scientifique.

2. Déterminer la vitesse d'un snowboardeur de masse 75 kg et dont l'énergie cinétique est de 2 400 J.
   Indication : En résolvant une équation, vous trouverez (pour commencer) deux solutions possibles à ce problème. Vous éliminerez l'une des deux valeurs en justifiant votre choix.

Exercice 3 : *[Calculer / Appliquer des techniques]* Résoudre les équations suivantes.

a) $3(x+7) = 14 - (5 - 4x)$ b) $(2x-3)(5-4x) = 0$ c) $2(x-4)^2 - 8 = 2$

d) $\dfrac{(3x+6)(2-x)}{2x-4} = 0$ e) $\dfrac{2}{5}x + 8 = \dfrac{1}{3}(x-7)$

Exercice 4 : *[Raisonner / Démontrer]* On note n, $n+1$ et $n+2$ trois entiers naturels consécutifs.

1. Démontrer que leur somme est toujours un multiple de 3.
2. Démontrer que leur somme est impaire si n est pair (quel que soit ce nombre pair).

Exercice 5 : *[Modéliser / Calculer]*

Les dépenses d'un service hospitalier sont de deux types : les charges fixes qui s'élèvent à 1 500 € et les charges variables qui s'élèvent à 300 € par patient.

1. Ecrire, en fonction du nombre de patients x, le montant des dépenses du service hospitalier.
2. Le service a dépensé 6 900 €. Combien de patients a-t-il soignés ?

Exercice 6 : *[Raisonner, argumenter / Communiquer]*

Hans, Julien et Kelly cherchent à résoudre l'équation suivante :

$$(4x+2)(3x-1) - 2(2x-2)(3x-1) = 0$$

où x est un nombre réel.

- Hans propose de factoriser par $3x - 1$ pour obtenir une équation produit nul et résoudre le problème.
- Julien propose de développer l'équation car les termes en x^2 se simplifient.
- Kelly pense que cette équation a deux solutions distinctes qui appartiennent à $\mathbb{D}$.

Qui a raison ? Justifier.

Correction du DM n°1

Exercice 1 : Calculer en détaillant les étapes.

A $= \dfrac{13}{30} - \dfrac{7}{15} + \dfrac{5}{3} = \dfrac{13}{30} - \dfrac{14}{30} + \dfrac{50}{30} = \dfrac{49}{30}$

B $= \dfrac{7}{12} - \dfrac{5}{12} \times \dfrac{-18}{25} = \dfrac{7}{12} + \dfrac{5 \times 6 \times 3}{2 \times 6 \times 5 \times 5} = \dfrac{7}{12} + \dfrac{3}{10} = \dfrac{35}{60} + \dfrac{18}{60} = \dfrac{53}{60}$

C $= \dfrac{7}{4} \div 2 - \dfrac{1}{6} \times \dfrac{2}{-3} = \dfrac{7}{4} \times \dfrac{1}{2} + \dfrac{2}{18} = \dfrac{7}{8} + \dfrac{2}{18} = \dfrac{7}{8} + \dfrac{1}{9} = \dfrac{63}{72} + \dfrac{8}{72} = \dfrac{71}{72}$

D $= \dfrac{\frac{7}{12}}{\frac{5}{6} + \frac{1}{2}} = \dfrac{7}{12} \div (\dfrac{5}{6} + \dfrac{3}{6}) = \dfrac{7}{12} \div \dfrac{8}{6} = \dfrac{7}{12} \times \dfrac{6}{8} = \dfrac{7}{2 \times 8} = \dfrac{7}{16}$

E $= \left(\dfrac{3}{5}\right)^2 - \dfrac{-5}{6} = \dfrac{9}{25} + \dfrac{5}{6} = \dfrac{54}{150} + \dfrac{125}{150} = \dfrac{179}{150}$

Exercice 2 : L'énergie cinétique d'un objet de masse m (en kg) et de vitesse v (en m.s^{-1}) est $E_c = \dfrac{1}{2} mv^2$.

1. On considère une éolienne dont le rotor est constitué de 3 pâles, chacune de longueur 88 m. Cette éolienne fonctionne à une vitesse de rotation moyenne v de 9 tours.min^{-1}.

a) Déterminer la distance parcourue en 1 tour, au mètre près, en se situant à la pointe de l'une des pâles.

Le rotor a un rayon de 88 m.
$2\pi r = 2 \times 88 \times \pi = 176 \times 3,14 \approx 553$
La distance parcourue en 1 tour, en se situant à la pointe de l'une des pâles, est d'environ 553 m.

b) En déduire le calcul de la vitesse moyenne de rotation en m.s^{-1}.

$v = 9$ tours.min^{-1} $= 9 \times 553$ m.min^{-1} $= \dfrac{9 \times 553}{60}$ m.s^{-1} $= 82,95$ m.s^{-1}

c) Déterminer l'énergie cinétique produite par une éolienne dont le rotor pèse 575t et fonctionne à une vitesse moyenne de 83 m.s^{-1}. Donner le résultat en notation scientifique.

Pour calculer l'énergie cinétique E_c, la masse m doit être exprimée en kg et la vitesse v en m.s^{-1}.
575 t = 575 000 kg
$E_c = \dfrac{1}{2} mv^2 = \dfrac{1}{2} \times 575\,000 \times 83^2 = 1\,980\,587\,500$ J
$E_c = 1,9805875 \times 10^9$ J

2. Déterminer la vitesse d'un snowboardeur de masse 75 kg et dont l'énergie cinétique est de 2 400 J.

On a $E_c = \dfrac{1}{2} mv^2$ avec $E_c = 2\,400$ et $m = 75$
On en déduit : $2\,400 = \dfrac{1}{2} \times 75 \times v^2$
$2\,400 = 37,5\, v^2$
$v^2 = \dfrac{2\,400}{37,5} = 64$
Donc $v = \sqrt{64} = 8$ ou $v = -\sqrt{64} = -8$
Obtenir une vitesse négative n'aurait pas de sens. On en déduit que la vitesse du snowboardeur est de 8 m.s^{-1}.

Exercice 3 : Résoudre les équations suivantes.

a) $3(x+7) = 14 - (5 - 4x)$

$3x + 21 = 14 - 5 + 4x$

$21 - 14 + 5 = 4x - 3x$

$12 = x$

b) $(2x-3)(5-4x) = 0$

Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul. Donc :

$2x - 3 = 0$ ou $5 - 4x = 0$

$2x = 3$ ou $5 = 4x$

$x = \frac{3}{2}$ ou $x = \frac{5}{4}$

c) $2(x-4)^2 - 8 = 2$

$2(x-4)^2 = 2 + 8$

$2(x-4)^2 = 10$

$(x-4)^2 = \frac{10}{2}$

$(x-4)^2 = 5$

$x - 4 = \sqrt{5}$ ou $x - 4 = -\sqrt{5}$

$x = 4 + \sqrt{5}$ ou $x = 4 - \sqrt{5}$

d) $\frac{(3x+6)(2-x)}{2x-4} = 0$

Or $\frac{A}{B} = 0 \Leftrightarrow B \neq 0$ et $A = 0$

Recherche de la valeur interdite :

$2x - 4 \neq 0 \Leftrightarrow 2x \neq 4 \Leftrightarrow x \neq 2$

On résout $(3x+6)(2-x) = 0$

Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul. Donc :

$3x + 6 = 0$ ou $2 - x = 0$

$3x = -6$ ou $2 = x$

$x = -\frac{6}{3} = -2$

2 est une valeur interdite. Donc S = {-2}

e) $\frac{2}{5}x + 8 = \frac{1}{3}(x - 7)$

$\frac{2}{5}x + 8 = \frac{1}{3}x - \frac{7}{3}$

$\frac{2}{5}x - \frac{1}{3}x = -8 - \frac{7}{3}$

$\frac{6}{15}x - \frac{5}{15}x = \frac{-24}{3} - \frac{7}{3}$

$\frac{1}{15}x = \frac{-31}{3}$

En appliquant le produit en croix on obtient :

$x = \frac{-31}{3} \times \frac{15}{1} = -31 \times 5 = -155$

Exercice 4 : On note n, $n+1$ et $n+2$ trois entiers naturels consécutifs.

1. Démontrer que leur somme est toujours un multiple de 3.

Soient n, $n+1$ et $n+2$ trois entiers naturels consécutifs.
$n + n + 1 + n + 2 = 3n + 3 = 3(n+1) = 3k$ en posant $k = n + 1$
Or, $n \in \mathbb{N}$ donc $k \in \mathbb{N}$.
Ainsi, la somme de trois entiers consécutifs est toujours un multiple de 3.

2. Démontrer que leur somme est impaire si n est pair (quel que soit ce nombre pair).

Soient n, $n+1$ et $n+2$ trois entiers naturels consécutifs. On note S leur somme :
$S = n + n + 1 + n + 2 = 3n + 3$
Si n est pair alors il existe un entier naturel k tel que $n = 2k$
Dans ce cas : $S = 3(2k) + 3 = 6k + 2 + 1 = 2(3k+1) + 1$
En posant $k' = 3k + 1$ on a $S = 2k' + 1$ et $k' \in \mathbb{N}$. Donc S est impaire.

Exercice 5 : Les dépenses d'un service hospitalier sont de deux types : les charges fixes qui s'élèvent à 1 500 € et les charges variables qui s'élèvent à 300 € par patient.

1. Ecrire, en fonction du nombre de patients x, le montant des dépenses du service hospitalier.

On note D le montant des dépenses du service hospitalier et x le nombre de patients.
En additionnant les charges fixes pour un total de 1 500 € et 300 € par patient on a :
$D = 1\,500 + 300x$

2. Le service a dépensé 6 900 €. Combien de patients a-t-il soignés ?

Le service hospitalier a dépensé 6 900€. Pour déterminer le nombre de patients soignés, on résout :
$1\,500 + 300x = 6\,900$
$300x = 6\,900 - 1\,500$
$300x = 5\,400$
$x = \frac{5\,400}{300} = \frac{54}{3} = \frac{30+24}{3} = 18$
Ainsi, le service hospitalier a soigné 18 patients.

Exercice 6 : Hans, Julien et Kelly cherchent à résoudre l'équation suivante :

$$(4x+2)(3x-1)-2(2x-2)(3x-1)=0$$

où x est un nombre réel.

- Hans propose de factoriser par $3x-1$ pour obtenir une équation produit nul et résoudre le problème.
- Julien propose de développer l'équation car les termes en x^2 se simplifient.
- Kelly pense que cette équation a deux solutions distinctes qui appartiennent à $\mathbb{D}$.

Qui a raison ? Justifier.

On veut résoudre $(4x+2)(3x-1)-2(2x-2)(3x-1)=0$

- En factorisant par $3x-1$ on obtient : $(3x-1)[(4x+2)-2(2x-2)]=0$

  $(3x-1)(4x+2-4x+4)=0$

  $(3x-1)\times 6=0$

  On obtient effectivement une équation produit nul.
  Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul. Or $6\neq 0$ donc $3x-1=0$

  $3x=1$

  $x=\dfrac{1}{3}$

  Hans a raison. Sa méthode aboutit.
- En développant l'équation on obtient : $12x^2-4x+6x-2-2(6x^2-2x-6x+2)=0$

  $12x^2+2x-2-12x^2+4x+12x-4=0$

  $18x-6=0$

  $18x=6$

  $x=\dfrac{6}{18}=\dfrac{1}{3}$

  Julien a raison, les termes en x^2 se sont simplifiés et on a pu résoudre l'équation.
- Kelly a tort. D'une part parce que l'équation n'admet qu'une seule solution : $x=\dfrac{1}{3}$

  D'autre part car cette solution n'est pas un nombre décimal.

Nom : Classe : 2nde 5	**Test du DM n°1** Nombres et calculs	Le : 22 / 10 / 21 Note … / 20

Compétences du livret scolaire :	**Avis du professeur** Non maîtrisée → Bien maîtrisée
• (C1) Mener une recherche de façon autonome.	Non évaluée
• (C2) Modéliser, faire une simulation, valider ou invalider un modèle.	
• (C3) Représenter, choisir un cadre, changer de registre.	Non évaluée
• (C4) Calculer, appliquer des techniques, mettre en œuvre des algorithmes.	
• (C5) Raisonner, argumenter en exerçant un regard critique, démontrer.	
• (C6) Communiquer à l'écrit en utilisant un langage rigoureux et des outils pertinents.	
• (C7) Communiquer à l'oral en utilisant un langage rigoureux et des outils pertinents.	Non évaluée

Exercice 1 : Calculer en détaillant les étapes. **… / 3**

$$B = \frac{7}{12} - \frac{5}{12} \times \frac{-18}{25}$$

$$D = \frac{\frac{7}{12}}{\frac{5}{6} + \frac{1}{2}}$$

Exercice 2 : **… / 3**

L'énergie cinétique d'un objet de masse m (en kg) et de vitesse v (en m.s^{-1}) est $E_c = \frac{1}{2}mv^2$.

On considère une éolienne dont le rotor est constitué de 3 pâles, chacune de longueur 88 m. Cette éolienne fonctionne à une vitesse de rotation moyenne v de 9 tours.min^{-1}.

a) Déterminer la distance parcourue en 1 tour, au mètre près, en se situant à la pointe de l'une des pâles.

b) En déduire le calcul de la vitesse moyenne de rotation en m.s^{-1}.

c) Déterminer l'énergie cinétique produite par une éolienne dont le rotor pèse 575t et fonctionne à une vitesse moyenne de 83 m.s^{-1}. Donner le résultat en notation scientifique.

Exercice 3 : Résoudre les équations suivantes. **… / 6**

c) $2(x-4)^2-8=2$	d) $\dfrac{(3x+6)(2-x)}{2x-4}=0$	e) $\dfrac{2}{5}x+8=\dfrac{1}{3}(x-7)$

Exercice 4 : On note n, $n+1$ et $n+2$ trois entiers naturels consécutifs. **… / 2**
Démontrer que leur somme est toujours un multiple de 3.

Exercice 5 : **… / 2**
Les dépenses d'un service hospitalier sont de deux types : les charges fixes qui s'élèvent à 1 500 € et les charges variables qui s'élèvent à 300 € par patient.

1. Ecrire, en fonction du nombre de patients x, le montant des dépenses du service hospitalier.
2. Le service a dépensé 6 900 €. Combien de patients a-t-il soignés ?

Exercice 6 : Hans, Julien et Kelly cherchent à résoudre l'équation suivante : **… / 4**

$$(4x+2)(3x-1)-2(2x-2)(3x-1)=0$$

où x est un nombre réel.

- Hans propose de factoriser par $3x-1$ pour obtenir une équation produit nul et résoudre le problème.
- Julien propose de développer l'équation car les termes en x^2 se simplifient.
- Kelly pense que cette équation a deux solutions distinctes qui appartiennent à $\mathbb{D}$.

Qui a raison ? Justifier.