| | | |
|---|---|---|
| *Nom* :<br>*Classe* : TS5<br>*A préparer pour le* : 19 / 12 /18 | **Devoir maison n°3**<br>*Etude de fonctions* | *Note* :<br>… / 10 |

| Je sais : | Avis de l'élève Oui | Avis de l'élève Non | Avis du professeur Oui | Avis du professeur Non |
|---|---|---|---|---|
| Justifier qu'une équation admet une unique solution dans ℝ. | | | | |
| Utiliser la calculatrice pour déterminer un encadrement à l'unité d'une solution d'équation. | | | | |
| Appliquer pas à pas l'algorithme de dichotomie. | | | | |
| Conjecturer et justifier la valeur exacte d'une solution. | | | | |
| Déterminer les limites d'une fonction aux bornes de son ensemble de définition. | | | | |
| Justifier les asymptotes horizontales / verticales éventuelles. | | | | |
| Dériver. | | | | |
| Etudier le signe d'une fonction. Dresser et justifier le tableau de variations d'une fonction. | | | | |
| Déterminer l'équation d'une tangente. | | | | |
| Déterminer un point d'intersection. Justifier son appartenance à une droite. | | | | |
| Construire / Représenter graphiquement une portion de courbe. | | | | |

*Exercice 1* :

1. Justifier que l'équation $x^3 - x^2 + \frac{1}{3}x - \frac{1}{27} = 0$ admet une unique solution réelle $\alpha$.
2. En utilisant la calculatrice, déterminer un encadrement de $\alpha$ à l'unité près.
3. Appliquer l'algorithme de dichotomie à la main pour déterminer un encadrement de $\alpha$ à $10^{-2}$ près.
4. Conjecturer la valeur exacte de $\alpha$ puis justifier ce résultat.

*Exercice 2* :

On considère la fonction $f$ définie sur $]0\,;1[\cup]1\,;+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{10(x-8)}{x(x-1)}.$$

On désigne par $\mathscr{C}$ sa courbe représentative relative à un repère orthogonal $(O\,;\vec{i},\vec{j})$.

**1. a.** Déterminer les limites de $f$ en 0 et en $+\infty$.

**b.** Déterminer la limite de $f$ quand $x$ tend vers 1 par valeurs inférieures puis par valeurs supérieures.

**c.** En déduire les asymptotes à la courbe $\mathscr{C}$.

**2. a.** Déterminer la dérivée $f'$ de la fonction $f$.

**b.** Montrer que $f'(x)$ s'annule pour $\alpha = 8 + 2\sqrt{14}$ et pour $\beta = 8 - 2\sqrt{14}$.

**c.** Dresser le tableau de variation de $f$.

**3.** Soit $I$ le point de la courbe $\mathscr{C}$ d'abscisse $\frac{1}{2}$.

**a.** Déterminer une équation de la droite $\Delta$ tangente en $I$ à la courbe $\mathscr{C}$.

**b.** Montrer que le point $L$, intersection de la courbe avec son asymptote horizontale, appartient à la droite $\Delta$.

**c.** Représenter la partie de la courbe $\mathscr{C}$ pour les valeurs de $x$ strictement supérieures à 1 ( unité graphique : 1 cm en abscisse et 3 cm en ordonnée).