

<u>Nom</u> :	Devoir maison n°4 <i>Probabilités</i>	<u>Note</u> :
<u>Classe</u> : TS5		... / 10
<u>A préparer pour le</u> : 11 / 02 /19		

Je sais :	<i>Avis de l'élève</i>		<i>Avis du professeur</i>	
	Oui	Non	Oui	Non
Modéliser une situation à l'aide d'un arbre pondéré				
Calculer des probabilités / Justifier des résultats annoncés.				
Justifier qu'une variable aléatoire suit une loi binomiale.				

Exercice 1 :

L'exploitant d'une forêt communale décide d'abattre des arbres afin de les vendre, soit aux habitants de la commune, soit à des entreprises. On admet que :

- parmi les arbres abattus, 30 % sont des chênes, 50 % sont des sapins et les autres sont des arbres d'essence secondaire (ce qui signifie qu'ils sont de moindre valeur) ;
- 45,9 % des chênes et 80 % des sapins abattus sont vendus aux habitants de la commune ;
- les trois quarts des arbres d'essence secondaire abattus sont vendus à des entreprises.

Parmi les arbres abattus, on en choisit un au hasard.

On considère les événements suivants :

- C : « l'arbre abattu est un chêne » ;
- S : « l'arbre abattu est un sapin » ;
- E : « l'arbre abattu est un arbre d'essence secondaire » ;
- H : « l'arbre abattu est vendu à un habitant de la commune ».

1. Construire un arbre pondéré complet traduisant la situation.
2. Calculer la probabilité que l'arbre abattu soit un chêne vendu à un habitant de la commune.
3. Justifier que la probabilité que l'arbre abattu soit vendu à un habitant de la commune est égale à 0,5877.
4. Quelle est la probabilité qu'un arbre abattu vendu à un habitant de la commune soit un sapin ?
On donnera le résultat arrondi à 10^{-3} .

Exercice 2 :

Les parties A et B de cet exercice sont indépendantes.

Le virus de la grippe atteint chaque année, en période hivernale, une partie de la population d'une ville.

La vaccination contre la grippe est possible ; elle doit être renouvelée chaque année.

Partie A

L'efficacité du vaccin contre la grippe peut être diminuée en fonction des caractéristiques individuelles des personnes vaccinées, ou en raison du vaccin, qui n'est pas toujours totalement adapté aux souches du virus qui circulent. Il est donc possible de contracter la grippe tout en étant vacciné.

Une étude menée dans la population de la ville à l'issue de la période hivernale a permis de constater que :

- 40% de la population est vaccinée ;
- 8% des personnes vaccinées ont contracté la grippe ;
- 20% de la population a contracté la grippe.

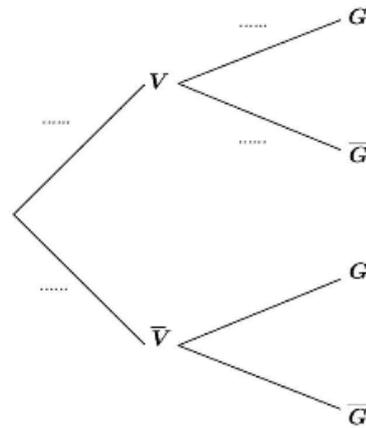
On choisit une personne au hasard dans la population de la ville et on considère les événements :

V : « la personne est vaccinée contre la grippe » ;

G : « la personne a contracté la grippe ».

1. a. Donner la probabilité de l'événement G .

b. Reproduire l'arbre pondéré ci-dessous et compléter les pointillés indiqués sur quatre de ses branches.



2. Déterminer la probabilité que la personne choisie ait contracté la grippe et soit vaccinée.
3. La personne choisie n'est pas vaccinée. Montrer que la probabilité qu'elle ait contracté la grippe est égale à 0,28.

Partie B

Dans cette partie, les probabilités demandées seront données à 10^{-3} près.

Un laboratoire pharmaceutique mène une étude sur la vaccination contre la grippe dans cette ville.

Après la période hivernale, on interroge au hasard n habitants de la ville, en admettant que ce choix se ramène à n tirages successifs indépendants et avec remise. On suppose que la probabilité qu'une personne choisie au hasard dans la ville soit vaccinée contre la grippe est égale à 0,4.

On note X la variable aléatoire égale au nombre de personnes vaccinées parmi les n interrogées.

1. Quelle est la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X ?
2. Dans cette question, on suppose que $n = 40$.
 - a. Déterminer la probabilité qu'exactly 15 des 40 personnes interrogées soient vaccinées.
 - b. Déterminer la probabilité qu'au moins la moitié des personnes interrogées soit vaccinée.

<u>Nom</u> :	Test du DM n°4	<u>Note</u> :
<u>Classe</u> : TS5 <u>le</u> : 11 / 02 /19	<i>Probabilités</i>	... / 10

Exercice 1 : L'exploitant d'une forêt communale décide d'abattre des arbres afin de les vendre, soit aux habitants de la commune, soit à des entreprises. On admet que :

- parmi les arbres abattus, 30 % sont des chênes, 50 % sont des sapins et les autres sont des arbres d'essence secondaire ;
- 45,9 % des chênes et 80 % des sapins abattus sont vendus aux habitants de la commune ;
- les trois quart des arbres d'essence secondaire abattus sont vendus à des entreprises.

Parmi les arbres abattus, on en choisit un au hasard. On considère les événements suivants :

- C : « L'arbre abattu est un chêne » ;
- S : « L'arbre abattu est un sapin » ;
- E : « L'arbre abattu est un arbre d'essence secondaire » ;
- H : « L'arbre abattu est vendu à un habitant de la commune ».

1. Construire un arbre pondéré complet traduisant cette situation.

2. Calculer la probabilité que l'arbre abattu soit un chêne vendu à un habitant de la commune.

3. Justifier que la probabilité que l'arbre soit vendu à un habitant de la commune est égale à 0,5877.

4. Quelle est la probabilité qu'un arbre vendu à un habitant soit un sapin ? Arrondir à 10^{-3} .

Exercice 2 :

Les parties A et B de cet exercice sont indépendantes.

Le virus de la grippe atteint chaque année, en période hivernale, une partie de la population d'une ville.

La vaccination contre la grippe est possible; elle doit être renouvelée chaque année.

Partie A

L'efficacité du vaccin contre la grippe peut être diminuée en fonction des caractéristiques individuelles des personnes vaccinées, ou en raison du vaccin, qui n'est pas toujours totalement adapté aux souches du virus qui circulent. Il est donc possible de contracter la grippe tout en étant vacciné.

Une étude menée dans la population de la ville à l'issue de la période hivernale a permis de constater que :

- 40 % de la population est vaccinée;
- 8 % des personnes vaccinées ont contracté la grippe;
- 20 % de la population a contracté la grippe.

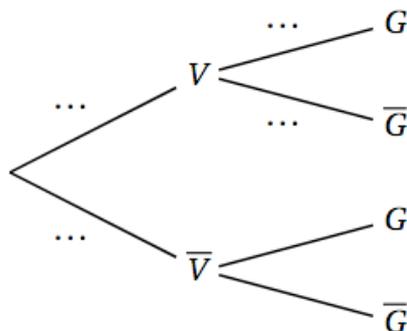
On choisit une personne au hasard dans la population de la ville et on considère les événements :

V : « la personne est vaccinée contre la grippe »;

G : « la personne a contracté la grippe ».

1. a) Puisque 20 % de la population a contracté la grippe, on en déduit que $P(G) = 0,2$.

b) Reproduire l'arbre pondéré ci-dessous et compléter les pointillés.



2. Déterminer la probabilité que la personne choisie ait contracté la grippe et soit vaccinée.

3. La personne choisie n'est pas vaccinée. Montrer que la probabilité qu'elle ait contracté la grippe est 0,28.

Correction du DM n°4

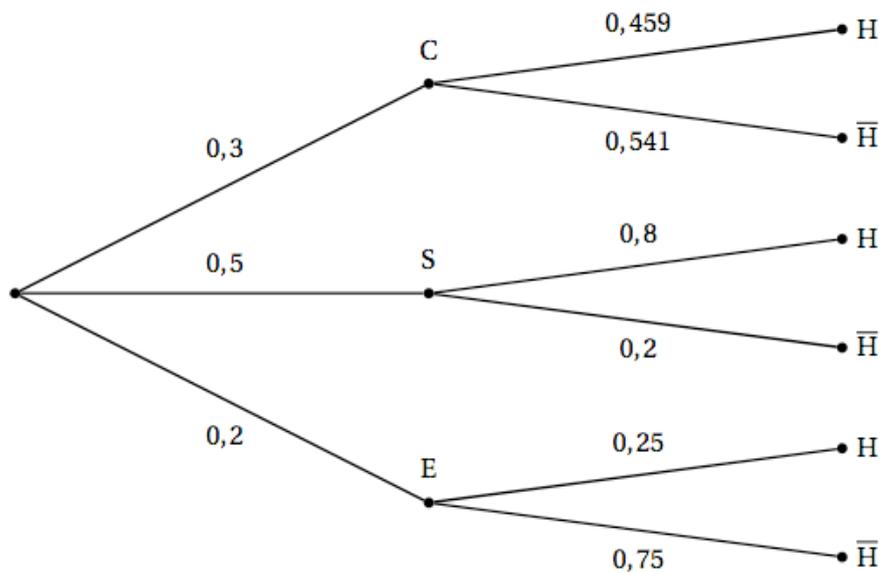
Exercice 1 : L'exploitant d'une forêt communale décide d'abattre des arbres afin de les vendre, soit aux habitants de la commune, soit à des entreprises. On admet que :

- parmi les arbres abattus, 30 % sont des chênes, 50 % sont des sapins et les autres sont des arbres d'essence secondaire ;
- 45,9 % des chênes et 80 % des sapins abattus sont vendus aux habitants de la commune ;
- les trois quart des arbres d'essence secondaire abattus sont vendus à des entreprises.

Parmi les arbres abattus, on en choisit un au hasard. On considère les événements suivants :

- C : « L'arbre abattu est un chêne » ;
- S : « L'arbre abattu est un sapin » ;
- E : « L'arbre abattu est un arbre d'essence secondaire » ;
- H : « L'arbre abattu est vendu à un habitant de la commune ».

1. Construire un arbre pondéré complet traduisant cette situation.



2. Calculer la probabilité que l'arbre abattu soit un chêne vendu à un habitant de la commune.

$$P(C \cap H) = P(C) \times P_C(H) = 0,3 \times 0,459 = 0,1377$$

La probabilité que l'arbre abattu soit un chêne vendu à un habitant de la commune est égale à 0,1377.

3. Justifier que la probabilité que l'arbre soit vendu à un habitant de la commune est égale à 0,5877.

$$P(H) = P(C \cap H) + P(S \cap H) + P(E \cap H) = 0,1377 + 0,5 \times 0,8 + 0,2 \times 0,25 = 0,5877$$

La probabilité que l'arbre abattu soit vendu à un habitant de la commune est égale à 0,5877.

4. Quelle est la probabilité qu'un arbre vendu à un habitant soit un sapin ? Arrondir à 10^{-3} .

$$P_H(S) = \frac{P(S \cap H)}{P(H)} = \frac{0,5 \times 0,8}{0,5877} \approx 0,681$$

La probabilité qu'un arbre vendu à un habitant soit un sapin est environ égale à 0,681.

Exercice 2 :

Les parties A et B de cet exercice sont indépendantes.

Le virus de la grippe atteint chaque année, en période hivernale, une partie de la population d'une ville.

La vaccination contre la grippe est possible; elle doit être renouvelée chaque année.

Partie A

L'efficacité du vaccin contre la grippe peut être diminuée en fonction des caractéristiques individuelles des personnes vaccinées, ou en raison du vaccin, qui n'est pas toujours totalement adapté aux souches du virus qui circulent. Il est donc possible de contracter la grippe tout en étant vacciné.

Une étude menée dans la population de la ville à l'issue de la période hivernale a permis de constater que :

- 40 % de la population est vaccinée;
- 8 % des personnes vaccinées ont contracté la grippe;
- 20 % de la population a contracté la grippe.

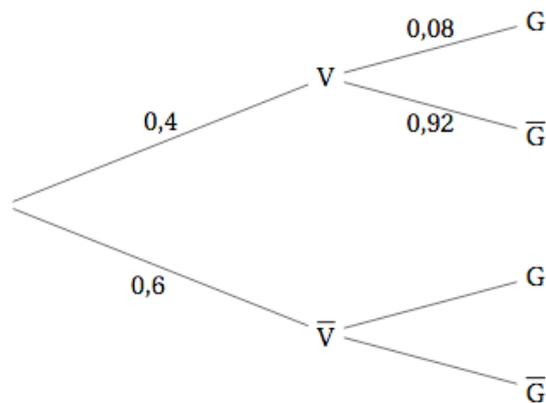
On choisit une personne au hasard dans la population de la ville et on considère les événements :

V : « la personne est vaccinée contre la grippe »;

G : « la personne a contracté la grippe ».

1. a) Puisque 20 % de la population a contracté la grippe, on en déduit que $P(G) = 0,2$.

b) Reproduire l'arbre pondéré ci-dessous et compléter les pointillés.



2. Déterminer la probabilité que la personne choisie ait contracté la grippe et soit vaccinée.

$$P(V \cap G) = P(V) \times P_V(G) = 0,4 \times 0,08 = 0,032$$

La probabilité que la personne choisie ait contracté la grippe et soit vaccinée est égale à 0,032.

3. La personne choisie n'est pas vaccinée. Montrer que la probabilité qu'elle ait contracté la grippe est 0,28.

$$P_{\bar{V}}(G) = \frac{P(\bar{V} \cap G)}{P(\bar{V})}$$

$$\text{De plus : } P(G) = P(V \cap G) + P(\bar{V} \cap G) \quad \text{Donc : } P(\bar{V} \cap G) = P(G) - P(V \cap G) = 0,2 - 0,032 = 0,168$$

$$\text{On en déduit : } P_{\bar{V}}(G) = \frac{0,168}{0,6} = 0,28$$

La probabilité que la personne choisie ait contracté la grippe, sachant qu'elle n'est pas vaccinée, est 0,28.

Partie B

Dans cette partie, les probabilités demandées seront données à 10^{-3} près.

Un laboratoire pharmaceutique mène une étude sur la vaccination contre la grippe dans cette ville.

Après la période hivernale, on interroge au hasard n habitants de la ville, en admettant que ce choix se ramène à n tirages successifs indépendants et avec remise. On suppose que la probabilité qu'une personne choisie au hasard dans la ville soit vaccinée contre la grippe est égale à 0,4.

On note X la variable aléatoire égale au nombre de personnes vaccinées parmi les n interrogées.

1. Quelle est la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X ? Justifier.

Interroger une personne au hasard et relever si elle est vaccinée ou non contre la grippe est une épreuve de Bernoulli car il n'y a que deux issues possibles : V et \bar{V} en utilisant les notations de la partie A. On répète cette expérience n fois, dans des conditions d'indépendance et on obtient un schéma de Bernoulli. Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de personnes vaccinées. X est à valeur entière entre 0 et n . De plus, on sait que $P(V) = 0,4$. On en déduit que X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(n; 0,4)$.

2. Dans cette question, on suppose que $n = 40$.

a) Déterminer la probabilité qu'exactement 15 des 40 personnes interrogées soient vaccinées.

X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(40; 0,4)$.

$$P(X = 15) = \binom{40}{15} 0,4^{15} \times 0,6^{25} \approx 0,123$$

La probabilité qu'exactement 15 des 40 personnes interrogées soient vaccinées est environ égale à 0,123.

Remarque : On obtient le résultat en tapant :

- BinomialPD (15 , 40 , 0.4) sur CASIO
- binomFdp (15 , 0.4 , 40) ou binompdf (15 , 0.4 , 40) sur TI

b) Déterminer la probabilité qu'au moins la moitié des personnes interrogées soit vaccinée ?

$$P(X \geq 20) = 1 - P(X \leq 19) \approx 0,130$$

La probabilité qu'au moins la moitié des personnes interrogées soit vaccinée est environ égale à 0,130.

Remarque : On obtient le résultat en tapant :

- 1 - BinomialCD (19 , 40 , 0.4) sur CASIO
- 1 - binomFRép (19 , 0.4 , 40) sur TI