Nom : **DS n°1** *Note* :

Classe : 1ère Spé maths G1 Les suites … / 20

le 30/09/2019

	Evaluation des capacités	
Je sais :	Non	Oui
Les définitions, les propriétés et les autres éléments du cours sur les suites.		
Refaire des exercices corrigés en classe (Exercices contrôlés).		
Calculer les premiers termes d'une suite.		
Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n / Exprimer u_n en fonction de n.		
Identifier la nature d'une suite, son premier terme et sa raison.		
Modéliser un problème à l'aide d'une inéquation / d'une équation / d'un système		
Résoudre une équation / une inéquation		
Résoudre un système d'équations		
Justifier le sens de variation d'une suite géométrique.		
Utiliser la calculatrice pour résoudre un problème de seuil.		
Compléter une fonction écrite en python		
Appeler / Exécuter une fonction python		

Cours : Compléter les définitions, les propriétés et autres éléments du cours sur les suites. **… / 3**

1. a) Une suite arithmétique (u_n) de …………… r est une suite définie sur $\mathbb{N}$ par la relation de récurrence …………………… où r est un nombre réel donné.

   b) Dans ce cas, pour tout entier naturel n on a : $u_{n+1} - u_n = \ldots$

   c) Si le 1er terme de cette suite arithmétique est u_0 alors, pour tout entier naturel n on a : $u_n = \ldots$

   d) Enfin, dans ce cas et quel que soit l'entier naturel non nul n. On a :

   $$u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

2. a) Une suite géométrique (u_n) de raison … est une suite définie sur $\mathbb{N}$ par la relation de récurrence …………………… où … est un nombre réel donné.

   b) Dans ce cas, si pour tout entier naturel n on a $u_n \neq 0$ alors : $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} = \ldots$

   c) Si le 1er terme de cette suite géométrique est u_0 alors, pour tout entier naturel n on a : $u_n = \ldots$

   d) Enfin, dans ce cas, si $q \neq 0$ alors quel que soit l'entier naturel non nul n :

   $$1 + q + q^2 + \ldots + q^n = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Exercices contrôlés : **… / 5**

1. Déterminer le sens de variation de la suite définie pour tout entier naturel n par $w_n = n^2 + 2n$.
2. On considère la suite arithmétique (u_n) dont chaque terme s'obtient grâce à l'algorithme suivant :

```python
def suite(n):
    u=10
    for k in range(1,n+1):
        u=u+4
    return u
```

   a) Préciser le 1er terme u_0 et la raison.

   b) En déduire la formule explicite de (u_n).

   c) En résolvant une inéquation, déterminer le plus petit entier naturel n tel que $(u_n) \geq 1000$.

3. Calculer la somme $50 + 52 + 54 + \quad + 1\,002$.
4. u est la suite géométrique telle que $u_3 = 36$ et $q = 2$. Calculer u_0 et u_8.

Exercice 2 : **… / 4,5**

Lorentz place une somme de 1 000 euros au taux simple annuel de 5 % ; c'est-à-dire que chaque année, la somme placée augmentera de 5 % de la somme initiale.
Pour tout entier naturel n, u_n désigne le capital de Lorentz n années après son placement.

1. Déterminer u_0, u_1, u_2 et u_3.
2. a) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.

   b) En déduire la nature de la suite (u_n), sa raison et son 1er terme.

   c) Donner l'expression de u_n en fonction de n.
3. En résolvant une inéquation, déterminer le nombre d'années nécessaires pour que le capital double.

Exercice 3 : **… / 3,5**

Soit (u_n) une suite arithmétique définie pour tout entier naturel n par :

$$u_3 = 18 \quad \text{et :} \quad u_3 + u_4 + u_5 + u_6 = 138$$

1. Justifier par le calcul que $u_6 = 51$.
2. a) En utilisant la formule explicite de u_n, poser un système de deux équations dont les solutions sont le premier terme u_0 et la raison r de la suite (u_n).

   b) Résoudre ce système.

Exercice 4 : **… / 4**

On considère la suite géométrique (u_n) définie par $u_n = (1 - \frac{1,23}{100})^n$ pour tout entier naturel n.

1. a) Calculer u_0 et u_1.

   b) En déduire la raison q de cette suite.
2. Cette suite est-elle croissante ou décroissante ? Justifier.
3. On cherche à déterminer le plus petit entier naturel n tel que $u_n < 0,5$.
   Résoudre ce problème en utilisant le tableur de ta calculatrice. Aucune justification n'est demandée.
4. On peut également retrouver ce résultat en utilisant la fonction python suivante :

```
def seuil(A):
    n = ...
    u = ...
    while u >= A :
        n = n+1
        u = ..........................
    return ...
```

   a) Compléter les lignes incomplètes.

   b) Quelle instruction faut-il taper dans la console python pour appeler cette fonction et résoudre le problème posé à la question 3 ?

```
>>> ...
```

Correction du DS n°1

Cours : Compléter les définitions, les propriétés et autres éléments du cours sur les suites.

1. a) Une suite arithmétique (u_n) de raison r est une suite définie sur $\mathbb{N}$ par la relation de récurrence $u_{n+1} = u_n + r$ où r est un nombre réel donné.

   b) Dans ce cas, pour tout entier naturel n on a : $u_{n+1} - u_n = r$

   c) Si le 1er terme de cette suite arithmétique est u_0 alors, pour tout entier naturel n on a : $u_n = u_0 + r\,n$

   d) Enfin, dans ce cas et quel que soit l'entier naturel non nul n. On a :

$$u_0 + u_1 + u_2 + \ldots + u_n = (n+1) \times \frac{u_0+u_n}{2}$$

2. a) Une suite géométrique (u_n) de raison q est une suite définie sur $\mathbb{N}$ par la relation de récurrence $u_{n+1} = u_n \times q$ où q est un nombre réel donné.

   b) Dans ce cas, si pour tout entier naturel n on a $u_n \neq 0$ alors : $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} = q$

   c) Si le 1er terme de cette suite géométrique est u_0 alors, pour tout entier naturel n on a : $u_n = u_0 \times q^n$

   d) Enfin, dans ce cas, si $q \neq 0$ alors quel que soit l'entier naturel non nul n :

$$1 + q + q^2 + \ldots + q^n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$$

Exercices contrôlés :

1. Voir la correction de la question 3 de l'exercice n° 40 p 33.
2. Voir la correction de l'exercice n° 21 p 31.
3. Voir la correction de l'exercice n° 30 p 32.
4. Voir la correction de la question 1 de l'exercice 8 du cours.

Exercice 2 : Lorentz place une somme de 1 000 euros au taux simple annuel de 5 % ; c'est-à-dire que chaque année, la somme placée augmentera de 5 % de la somme initiale.
Pour tout entier naturel n, u_n désigne le capital de Lorentz n années après son placement.

1. Déterminer u_0, u_1, u_2 et u_3.

$u_0 = 1\,000$

$u_1 = u_0 + \dfrac{5}{100} \times 1\,000 = 1\,000 + 50 = 1\,050$

$u_2 = u_1 + \dfrac{5}{100} \times 1\,000 = 1\,050 + 50 = 1\,100$

$u_3 = u_2 + \dfrac{5}{100} \times 1\,000 = 1\,100 + 50 = 1\,150$

2. a) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.

$\forall\, n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n + \dfrac{5}{100} u_0 = u_n + 50$

   b) En déduire la nature de la suite (u_n), sa raison et son 1er terme.

(u_n) est définie par une relation de récurrence de la forme $u_{n+1} = u_n + r$ avec $r = 50$.
On en déduit que la suite (u_n) est arithmétique de raison $r = 50$ et de 1er terme $u_0 = 1\,000$.

   c) Donner l'expression de u_n en fonction de n.

$\forall\, n \in \mathbb{N}$, $u_n = u_0 + r\,n = 1\,000 + 50\,n$

3. En résolvant une inéquation, déterminer le nombre d'années nécessaires pour que le capital double.

Pour déterminer le nombre d'année nécessaires pour que le capital double on résout $u_n \geq 2\,000$

$1\,000 + 50\,n \geq 2\,000 \iff 50\,n \geq 2\,000 - 1\,000 \iff 50\,n \geq 1\,000 \iff n \geq \dfrac{1\,000}{50} \iff n \geq 20$

Ainsi, le capital doublera au bout de 20 ans.

Exercice 3 :
Soit (u_n) une suite arithmétique définie pour tout entier naturel n par :

$$u_3 = 18 \quad \text{et :} \quad u_3 + u_4 + u_5 + u_6 = 138$$

1. Justifier par le calcul que $u_6 = 51$.

Puisque (u_n) est une suite arithmétique alors :

$$u_3 + u_4 + u_5 + u_6 = 4 \times \frac{u_3 + u_6}{2}$$

Or : $u_3 = 18$ et : $u_3 + u_4 + u_5 + u_6 = 138$

On en déduit : $4 \times \dfrac{18 + u_6}{2} = 138 \iff 2\,(18 + u_6) = 138 \iff 18 + u_6 = 69 \iff u_6 = 69 - 18 = 51$

2. a) En utilisant la formule explicite de u_n, poser un système de deux équations dont les solutions sont le premier terme u_0 et la raison r de la suite (u_n).

$\forall\, n \in \mathbb{N}$, $u_n = u_0 + r\,n$

On en déduit : $\left\{ \begin{array}{l} u_3 = u_0 + 3\,r \\ u_6 = u_0 + 6\,r \end{array} \right. \iff \left\{ \begin{array}{l} u_0 + 3\,r = 18 \\ u_0 + 6\,r = 51 \end{array} \right.$

b) Résoudre ce système.

Méthode 1 : On peut résoudre ce système par substitution :

$$\left\{ \begin{array}{l} u_0 + 3\,r = 18 \\ u_0 + 6\,r = 51 \end{array} \right. \iff \left\{ \begin{array}{l} u_0 = 18 - 3\,r \\ u_0 + 6\,r = 51 \end{array} \right. \iff \left\{ \begin{array}{l} u_0 = 18 - 3\,r \\ 18 - 3\,r + 6\,r = 51 \end{array} \right. \iff \left\{ \begin{array}{l} u_0 = 18 - 3\,r \\ 3\,r = 51 - 18 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u_0 = 18 - 3\,r \\ 3\,r = 33 \end{array} \right. \iff \left\{ \begin{array}{l} u_0 = 18 - 3\,r \\ r = \dfrac{33}{3} = 11 \end{array} \right. \iff \left\{ \begin{array}{l} u_0 = 18 - 3 \times 11 \\ r = 11 \end{array} \right. \iff \left\{ \begin{array}{l} u_0 = \text{-}15 \\ r = 11 \end{array} \right.$$

Méthode 2 : Ou bien par combinaison linéaire en retranchant membre à membre la 1ère équation de la 2nde.

$$\left\{ \begin{array}{l} u_0 + 3\,r = 18 \;\; L_1 \\ u_0 + 6\,r = 51 \;\; L_2 \end{array} \right. \iff \left\{ \begin{array}{l} u_0 + 3\,r = 18 \;\; L_1 \\ u_0 + 6\,r = 51 \;\; L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \end{array} \right. \iff \left\{ \begin{array}{l} u_0 + 3\,r = 18 \\ u_0 - u_0 + 6\,r - 3\,r = 51 - 18 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} u_0 + 3\,r = 18 \\ 3\,r = 33 \end{array} \right. \iff \left\{ \begin{array}{l} u_0 = 18 - 3\,r \\ r = \dfrac{33}{3} = 11 \end{array} \right. \iff \left\{ \begin{array}{l} u_0 = 18 - 3 \times 11 \\ r = 11 \end{array} \right. \iff \left\{ \begin{array}{l} u_0 = \text{-}15 \\ r = 11 \end{array} \right.$$

Exercice 4 :

On considère la suite géométrique (u_n) définie par $u_n = (1 - \frac{1,23}{100})^n$ pour tout entier naturel n.

1. a) Calculer u_0 et u_1.

$u_0 = (1 - \frac{1,23}{100})^0 = 1$

$u_1 = (1 - \frac{1,23}{100})^1 = 1 - \frac{1,23}{100} = \frac{100 - 1,23}{100} = \frac{98,77}{100} = 0,9877$

b) En déduire la raison q de cette suite.

(u_n) est une suite géométrique de raison q donc : $\forall\ n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = q \times u_n$

On en déduit : $u_1 = q \times u_0 \quad \Leftrightarrow \quad 0,9877 = q \times 1 \quad \Leftrightarrow \quad q = 0,9877$

2. Cette suite est-elle croissante ou décroissante ? Justifier.

(u_n) est une suite géométrique de raison $q = 0,9877 \in]0\,;1[$ et de premier terme $u_0 = 1 > 0$.
Donc (u_n) est décroissante sur $\mathbb{N}$.

3. On cherche à déterminer le plus petit entier naturel n tel que $u_n < 0,5$.
Résoudre ce problème en utilisant le tableur de ta calculatrice. Aucune justification n'est demandée.

Le tableur de la calculatrice, dans le mode SUITE, donne $u_n < 0,5$ à partir du rang $n = 57$.

4. On peut également retrouver ce résultat en utilisant la fonction python suivante :
a) Compléter les lignes incomplètes.

```
def seuil(A):
    n = 0
    u = 1
    while u >= A :
        n = n+1
        u = (1-1.23/100)**n
    return n
```

Ou u = u*0.9877

b) Quelle instruction faut-il taper dans la console python pour appeler cette fonction et résoudre le problème posé à la question 3 ?

```
>>> seuil(0.5)
57
```