Nom :
Classe : $2^{\text{nde}}$ 5

**DS n°1**
le 27/09/2021

Note :
… / 20

| Compétences évaluées : | Avis du professeur : Non maîtrisée → Bien maîtrisée |
|---|---|
| Connaitre le cours (vocabulaire, définitions, propriétés et remarques) | |
| S'approprier les exercices / les méthodes travaillé(e)s en classe. | |
| **Compétences du livret scolaire :** | |
| • (C1) Mener une recherche de façon autonome. | |
| • (C2) Modéliser, faire une simulation, valider ou invalider un modèle. | |
| • (C3) Représenter, choisir un cadre, changer de registre. | Non évaluée |
| • (C4) Calculer, appliquer des techniques, mettre en œuvre des algorithmes. | |
| • (C5) Raisonner, argumenter en exerçant un regard critique, démontrer. | |
| • (C6) Communiquer à l'écrit en utilisant un langage rigoureux et des outils pertinents. | |
| • (C7) Communiquer à l'oral en utilisant un langage rigoureux et des outils pertinents. | Non évaluée |

**La calculatrice ne sera autorisée que les 10 dernières minutes.**

Cours : Compléter les extraits du cours suivants. **… / 4,5**

1. Soient $a$ et $b$ deux entiers relatifs.
   a) Le quotient $q$ et le reste $r$ de la division euclidienne de $a$ par $b$ sont les entiers relatifs tels que :
   ………………… avec … $\leq r <$ …
   b) Lorsque ………………… on dit que $a$ est un multiple de $b$.
2. Ecrire le critère de divisibilité par 3 :
   ……………………………………………………………………………………………
   ……………………………………………………………………………………………
3. Soient $a$ un nombre réel et $n$ un entier naturel non nul.
   - $a^n =$
   - Si $a \neq$ … alors $a^{-n} =$ …
   - Si $a \neq$ … alors $a^0 =$ …
4. Soient $a$ et $b$ deux nombres réels non nuls. Soient $n$ et $m$ deux entiers relatifs.
   - $a^m \times a^n = \ldots$
   - $\dfrac{a^m}{a^n} = \ldots$
   - $(a^m)^n = \ldots$
   - $a^m \times b^m = \ldots$
   - $\dfrac{a^m}{b^m} = \ldots$
5. Tout nombre ………………… peut s'écrire sous une forme irréductible unique $\dfrac{p}{q}$ où $p$ et $q$ sont des entiers …………… tels que … $\neq 0$ et ………$(p\,;q) = 1$.

Exercices contrôlés : (Questions ou exercices traitées et corrigées en classe) **… / 5,5**

1. 367 est il un multiple de 7 ? Justifier par un calcul posé.
2. Soit $f$ la fonction définie pour tout nombre réel $x$ par :
   $$f(x) = 4(-6x-2)^2 - 3(x+3)^3$$
   Calculer $f(-2)$.
3. a) Calculer, en détaillant les étapes, $2^4$ et $2^{-3}$.
   b) Décomposer 4 200 en produits de facteurs premiers puis réduire.
4. Les affirmations suivantes sont elles vraies ou fausses ? Justifier.
   a) « $5^{11} \times 2^{107}$ est divisible par 10 » b) $\dfrac{1}{3^{-2}} = -3^2$
5. Donner l'écriture scientifique de $345,32 \times 10^5$.
6. Ecrire $A = \dfrac{(3\times 5)^3 \times 2^{-2}}{3^6 \times 11^{-3} \times 5^2}$ sous forme irréductible.

Exercice 2 : Calculer en simplifiant le résultat. **… / 5**

$$A = \frac{-7}{15} - \frac{-2}{3} \qquad B = \frac{5}{8} - \frac{7}{8} \times \frac{4}{35} \qquad C = \frac{7}{12} \div \frac{5}{6} \qquad D = \frac{\frac{36}{9}}{4} \qquad E = \frac{36}{\frac{9}{4}}$$

Exercice 3 **:** **… / 3**

1. Déterminer la liste de tous les nombres premiers compris entre 0 et 30.
2. a) La conjecture de Goldbach dit que « *tout nombre pair supérieur ou égal à 4 est la somme de deux nombres premiers* ». Justifier que cette conjecture est vraie pour tous les entiers pairs compris entre 10 et 20 (inclus).

   b) En est-il de même pour tous les nombres impairs supérieurs ou égaux à 5 ?

Exercice 4 : **… / 2**

La vitesse de la lumière dans le vide est de $3 \times 10^8$ m.s$^{-1}$.
Quelle distance la lumière parcourt-elle en une année de 365 jours ?

*Vous justifierez les calculs effectués en expliquant votre démarche puis vous convertirez le résultat en km, écrit en notation scientifique.*

Exercice Bonus : + **… / 2**

Démontrer que le produit d'un multiple de 4 par un multiple de 9 est toujours un multiple de 6.

Liste des compétences du livret scolaire évaluées dans ce DS, question par question :

| Cours : | EC : | Exercice 2 : | Exercice 3 : | Exercice 4 : | Exercice Bonus : |
|---|---|---|---|---|---|
| 1. /<br>2. C6<br>3. /<br>4. /<br>5. / | 1. C2 et C4<br>2. C4<br>3. C4<br>4. C4 et C5<br>5. C4<br>6. C4 | C4 | 1. C1<br>2. C2 | C1, C4, C5 et C6 | C5 et C6 |

# Correction du DS n°1

Cours : Cf. chapitre #1

Exercices contrôlés : Cf. les corrections des exercices 4, 10, 11, 12, 13 et 17 du chapitre #1

Exercice 2 : Calculer en simplifiant le résultat.

$A = \frac{-7}{15} - \frac{-2}{3} = \frac{-7}{15} + \frac{2}{3} = \frac{-7}{15} + \frac{10}{15} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$

$B = \frac{5}{8} - \frac{7}{8} \times \frac{4}{35} = \frac{5}{8} - \frac{7 \times 4}{2 \times 4 \times 5 \times 7} = \frac{5}{8} - \frac{1}{2 \times 5} = \frac{5}{8} - \frac{1}{10} = \frac{25}{40} - \frac{4}{40} = \frac{21}{40}$

$C = \frac{7}{12} \div \frac{5}{6} = \frac{7}{12} \times \frac{6}{5} = \frac{7 \times 6}{2 \times 6 \times 5} = \frac{7}{2 \times 5} = \frac{7}{10}$

$D = \frac{\frac{36}{9}}{4} = \frac{36}{9} \div 4 = \frac{36}{9} \times \frac{1}{4} = \frac{36}{36} = 1$ $\qquad E = \frac{36}{\frac{9}{4}} = 36 \div \frac{9}{4} = 36 \times \frac{4}{9} = \frac{36}{9} \times 4 = 4 \times 4 = 16$

Exercice 3 **:**

1. Déterminer la liste de tous les nombres premiers compris entre 0 et 30.

Les nombres premiers compris entre 0 et 30 sont : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 et 29

2. a) La conjecture de Goldbach dit que « *tout nombre pair supérieur ou égal à 4 est la somme de deux nombres premiers* ». Justifier que cette conjecture est vraie pour tous les entiers pairs compris entre 10 et 20 (inclus).

$10 = 5 + 5 \quad 12 = 7 + 5 \quad 14 = 7 + 7 \quad 16 = 11 + 5 \quad 18 = 11 + 7 \quad 20 = 13 + 7$

Ainsi, cette conjecture est vraie pour les entiers pairs compris entre 10 et 20.

b) En est-il de même pour tous les nombres impairs supérieurs ou égaux à 5 ?

On ne peut pas décomposer 11 en la somme de deux nombres premiers car :

- $11 = 2 + 9$ mais 9 n'est pas premier
- $11 = 3 + 8$ mais 8 n'est pas premier
- $11 = 5 + 6$ mais 6 n'est pas premier
- $11 = 7 + 4$ mais 4 n'est pas premier

Ainsi, la conjecture serait fausse sur les nombres impairs supérieurs ou égaux à 5.

Exercice 4 :

La vitesse de la lumière dans le vide est de $3 \times 10^8$ m.s$^{-1}$.

Quelle distance la lumière parcourt-elle en une année de 365 jours ?

*Vous justifierez les calculs effectués en expliquant votre démarche puis vous convertirez le résultat en km, écrit en notation scientifique.*

Chaque jour il y a 24 h, chaque heure 60 min, chaque minute 60 s.
La lumière parcours $3 \times 10^8$ m en une seconde. On en déduit la distance parcourue en une année de 365 jours :
$365 \times 24 \times 60 \times 60 \times 3 \times 10^8 = 94\,608\,000 \times 10^8$ m
On convertit en kilomètre en divisant par $1\,000$ et on obtient $94\,608 \times 10^8$ km.
On transforme en notation scientifique : $94\,608 \times 10^8 = 9,4606 \times 10^4 \times 10^8 = 9,4608 \times 10^{12}$ km

Exercice Bonus :

Démontrer que le produit d'un multiple de 4 par un multiple de 9 est toujours un multiple de 6.

Si $a$ est un multiple de 4 et $b$ est un multiple de 9.
Alors il existe deux entiers relatifs $q$ et $q'$ tels que $a = 4q$ et $b = 9q'$.
Dans ce cas : $a \times b = 4q \times 9q' = 2 \times 2q \times 3 \times 3q' = (2 \times 3) \times (2 \times 3)qq' = 6 \times 6qq'$
En posant $q'' = 6qq'$ on a :
$a \times b = 6q''$ et, puisque les nombres 6, $q$ et $q'$ sont des entiers relatifs, leur produit $q''$ en est un lui aussi.
Ainsi, le produit de $a$ par $b$ est toujours un multiple de 6.