

Nom :
Classe : 2^{nde}

Devoir surveillé n°1
le 28/09/2015

Note :
... / 20

La notation du devoir prendra en compte les efforts de soin, de présentation et de rédaction.

Une fois que vous aurez fini ce devoir vous complèterez la grille d'autoévaluation suivante.

Je sais :	<i>Avis de l'élève</i>		<i>Avis du professeur (ne pas remplir.)</i>	
	Oui	Non	Oui	Non
Calculer des images.				
Calculer des antécédents.				
Déterminer un ensemble de définition.				
Déterminer si un point appartient ou non à une courbe représentative.				
Comprendre un algorithme / Calculer la valeur affichée en sortie.				
Exprimer une quantité en fonction d'un autre.				
Ecrire un algorithme.				
Compléter un tableau de valeur à partir d'une représentation graphique.				
Résoudre graphiquement une équation / Encadrer une solution.				
Identifier les intervalles auxquels appartiennent x et $f(x)$.				
Expliquer pourquoi, graphiquement, un nombre n'admet pas d'antécédent.				
Utiliser la calculatrice pour compléter un tableau de valeurs.				
Construire une courbe à partir d'un tableau de valeurs.				

Exercice 1 :

... / 6

1) f est la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 4x^2 - 20x + 25$.

a) Calcule en détaillant l'image de -1 puis celle de $\frac{3}{2}$.

b) Calcule les antécédents éventuels de -7 et de 9 par f .

2) g est la fonction définie par $g(x) = \frac{-3x}{x-5}$.

a) Quel est l'ensemble de définition de g ?

b) Le point $A(-1; \frac{1}{2})$ appartient-il à la courbe représentative de g ? Justifie.

Exercice 2 : Observe l'algorithme suivant.

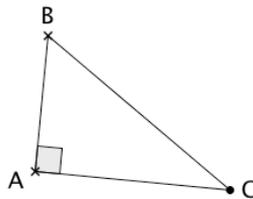
... / 5

Variables : x et y deux nombres réels
Entrée : Saisir x .
Traitement : y prend la valeur $x - 3$ y prend la valeur y^2
Sortie : Afficher y

1) On saisit la valeur 5. Quelle est la valeur affichée en sortie ?

2) Cet algorithme permet de calculer l'image de n'importe quel nombre réel x par une fonction f .
Donne l'expression de $f(x)$.

3) ABC est un triangle rectangle en A tel que $AB = 3$ cm. On note $AC = x$ et $BC = h$.

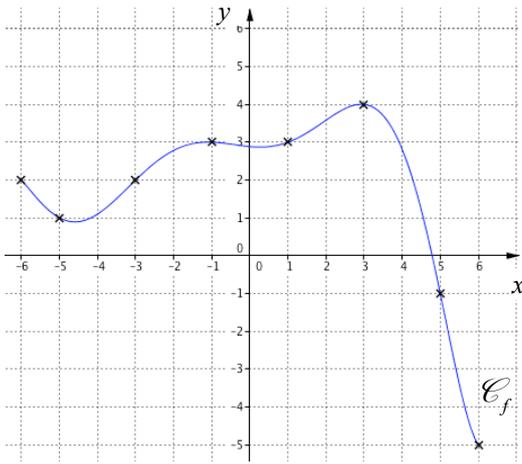


a) Exprime l'aire de ABC en fonction de x puis en fonction de h .

b) Ecris un algorithme qui permet d'afficher en sortie l'aire du triangle, selon la valeur de x saisie en entrée.

Exercice 3 : Voici la courbe représentative d'une fonction f .

... / 6



1) Complète le tableau suivant avec les coordonnées des points indiqués sur la courbe.

x								
$f(x)$								

2) Fais apparaître sur le graphique les solutions de l'équation $f(x) = 2$. L'une d'elles n'est pas un nombre entier. On la note α . Donne un encadrement de α entre deux entiers consécutifs.

3) a) Complète : $\forall x \in \dots \dots \dots f(x) \in \dots \dots \dots$
 b) Explique pourquoi 5 n'a pas d'antécédent par f .

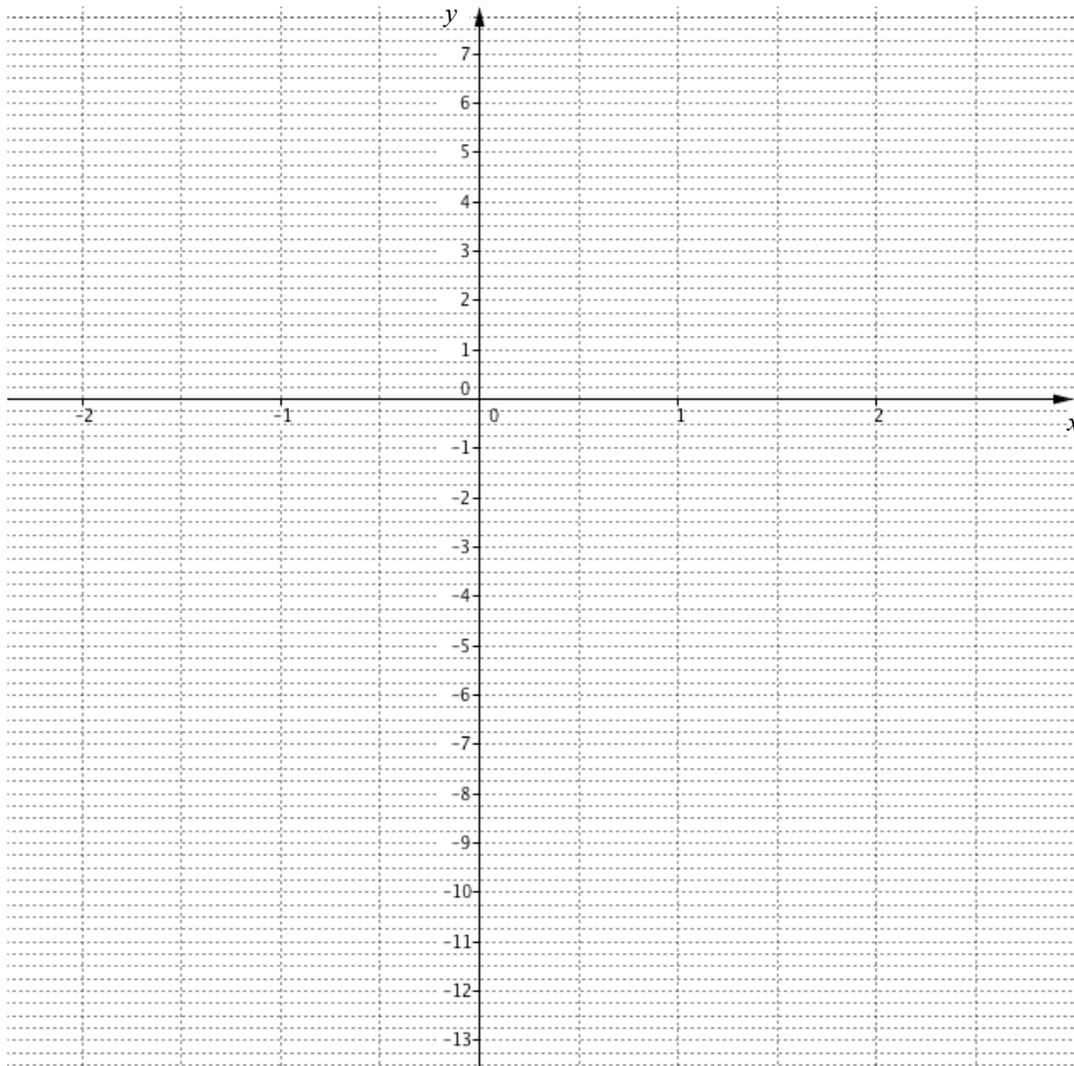
Exercice 4 : f est la fonction définie sur $I = [-2 ; 2,5]$ par $f(x) = -3x^2 + 3x + 6$.

... / 3

1) Utilise le tableur de ta calculatrice pour compléter la table des valeurs de f sur I avec un pas de 0,5.

x								
$f(x)$								

2) Place dans le repère les points correspondants et trace une courbe pouvant représenter f .



Correction du DS n°1

Exercice 1 :

1) f est la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = 4x^2 - 20x + 25$.

a) $f(-1) = 4 \times (-1)^2 - 20 \times (-1) + 25 = 4 + 20 + 25 = 49$

$$f\left(\frac{3}{2}\right) = 4 \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 20 \times \frac{3}{2} + 25 = 4 \times \frac{9}{4} - \frac{60}{2} + 25 = 9 - 30 + 25 = 9 - 5 = 4$$

b) $f(x) = -7$
 $4x^2 - 20x + 25 = -7$
 $(2x - 5)^2 = -7$

Un carré est toujours positif ou nul donc cette équation n'a pas de solution réelle.

Donc -7 n'a pas d'antécédent par f .

$$\begin{aligned} f(x) &= 9 \\ (2x - 5)^2 &= 3^2 \\ 2x - 5 &= 3 \quad \text{ou} \quad 2x - 5 = -3 \\ 2x &= 3 + 5 & 2x &= -3 + 5 \\ 2x &= 8 & 2x &= 2 \\ x &= \frac{8}{2} & x &= \frac{2}{2} \\ x &= 4 & \text{ou} & x = 1 \end{aligned}$$

Donc les deux antécédents de 9 par f sont 1 et 4.

2) g est la fonction définie par $g(x) = \frac{-3x}{x-5}$.

a) La division par 0 est impossible.

Recherche de la valeur interdite : $x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = 5$

Donc g est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{5\}$.

b) $g(-1) = \frac{-3 \times (-1)}{-1 - 5} = \frac{3}{-6} = -\frac{1}{2} \neq \frac{1}{2}$

Donc, le point $A(-1; \frac{1}{2})$ n'appartient pas à la courbe représentative de g .

Exercice 2 : Observe l'algorithme suivant.

Variables : x et y deux nombres réels
Entrée : Saisir x .
Traitement : y prend la valeur $x - 3$
 y prend la valeur y^2
Sortie : Afficher y

1) On saisit la valeur 5. Quelle est la valeur affichée en sortie ?

Si $x = 5$

Alors y prend la valeur $5 - 3 = 2$ puis y prend la valeur $2^2 = 4$.

La valeur affichée en sortie est 4.

2) Cet algorithme permet de calculer l'image de n'importe quel nombre réel x par une fonction f .

Donne l'expression de $f(x)$.

$$\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = (x - 3)^2$$

3) ABC est un triangle rectangle en A tel que $AB = 3$ cm. On note $AC = x$ et $BC = h$.

a) Exprime l'aire de ABC en fonction de x puis en fonction de h .

$$\mathcal{A}_{ABC} = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{3x}{2}$$

Le triangle ABC étant rectangle en A on peut utiliser le théorème de Pythagore.

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$h^2 = 3^2 + x^2$$

$$h^2 = 9 + x^2$$

$$x^2 = h^2 - 9$$

$$\text{Donc : } x = \sqrt{h^2 - 9} \quad \text{ou} \quad x = -\sqrt{h^2 - 9}$$

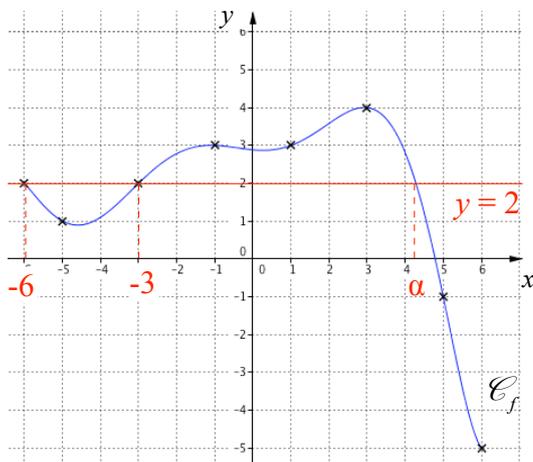
Une longueur étant toujours positive ou nulle on en déduit : $x = \sqrt{h^2 - 9}$

$$\text{Ce qui permet d'exprimer } \mathcal{A}_{ABC} \text{ en fonction de } h : \mathcal{A}_{ABC} = \frac{3x}{2} = \frac{3\sqrt{h^2 - 9}}{2}$$

b) Ecris un algorithme qui permet d'afficher en sortie l'aire du triangle, selon la valeur de x saisie en entrée.

Variables : x et A deux nombres réels
Entrée : Saisir x .
Traitement : A prend la valeur $3 \times x$
 A prend la valeur $A \div 2$
Sortie : Afficher A

Exercice 3 : Voici la courbe représentative d'une fonction f .



1) Complète le tableau suivant avec les coordonnées des points indiqués sur la courbe.

x	-6	-5	-3	-1	1	3	5	6
$f(x)$	2	1	2	3	3	4	-1	-5

2) Fais apparaître sur le graphique les solutions de l'équation $f(x) = 2$. L'une d'elles n'est pas un nombre entier. On la note α .
 Donne un encadrement de α entre deux entiers consécutifs.

$$4 < \alpha < 5$$

3) a) Complète : $\forall x \in [-6 ; 6], f(x) \in [-5 ; 4]$.

b) Explique pourquoi 5 n'a pas d'antécédent par f .

$5 \notin [-5 ; 4]$ donc $f(x) = 5$ n'a pas de solution.

On en déduit que 5 n'a pas d'antécédent par f .

Exercice 4 : f est la fonction définie sur $I = [-2 ; 2,5]$ par $f(x) = -3x^2 + 3x + 6$.

1) Utilise le tableur de ta calculatrice pour compléter la table des valeurs de f sur I avec un pas de 0,5.

x	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5
$f(x)$	-12	-5,25	0	3,75	6	6,75	6	3,75	0	-5,25

2) Place dans le repère les points correspondants et trace la courbe représentative de f .

