Nom : *Classe* : 2nde 5	**Devoir surveillé n°1** le 12/10/2018	*Note* : … / 20

La notation du devoir prendra en compte les efforts de soin, de présentation et de rédaction.
Une fois que vous aurez fini ce devoir vous complèterez la grille d'autoévaluation suivante.

	Avis de l'élève		Avis du professeur (ne pas remplir.)	
	Oui	**Non**	**Oui**	**Non**
Exercices contrôlés (EC) n°1 , 2 et 3 … / 10				
• Calculer l'image d'un nombre				
• Déterminer le ou les antécédents éventuels d'un nombre				
• Déterminer un ensemble de définition				
• Appliquer un algorithme				
• Ecrire un algorithme en langage naturel				
• Coder un algorithme en Python				
• Compléter un tableau de valeurs				
• Construire une courbe pouvant représenter une fonction.				
• Déterminer l'ordonnée d'un point connaissant son abscisse.				
• Déterminer si un point appartient ou non à une courbe.				
Exercice n°4 et 5 : … / 10				
• Justifier qu'une fonction peut s'écrire de différentes façons.				
• Calculer astucieusement l'image d'un nombre par une fonction.				
• Résoudre des équations.				
• Lire graphiquement l'ensemble de définition d'une fonction.				
• Justifier graphiquement quand un nombre admet 1 ou 0 antécédent.				
• Faire apparaître graphiquement les solutions d'une équation.				
• Encadrer un nombre entre deux entiers consécutifs.				
• Résoudre graphiquement une équation.				

Exercice n° 1 : (EC) **… / 4**

f, g et h sont les fonctions définies par : $f(x) = 2x - 5$ $\quad g(x) = 3x^2 - 4x + 5$ $\quad h(x) = \frac{-6x}{x+7}$

1. Calculer l'image de - 4 par la fonction f puis par la fonction g.
2. Parmi ces trois fonctions, y en a t-il une pour laquelle un calcul d'image est impossible ? Justifier.
3. Calculer le ou les antécédents éventuels de 5 pour chacune des fonctions g et h.
4. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction $f : x \mapsto \frac{7-x}{x^2-64}$

Exercice n° 2 : (EC) **… / 3**

Voici un algorithme, écrit en langage naturel :

Saisir x
$y \leftarrow x^2$
$y \leftarrow y + 3$
Afficher y

Et voici sa traduction en langage Python :

```
x=float(input("x="))
y=x**2
y=y+3
print("y=",y)
```

1. Cet algorithme permet de calculer l'image y d'un réel x quelconque par une fonction f.

   a) Calculer $f(-7)$.

   b) Donner l'expression de $f(x)$ en fonction de x.

2. a) Ecrire un algorithme de calcul d'image, en langage naturel, pour la fonction définie par :

   $$g(x)= x^2 - 4x + 5.$$

   b) Coder cet algorithme en Python.

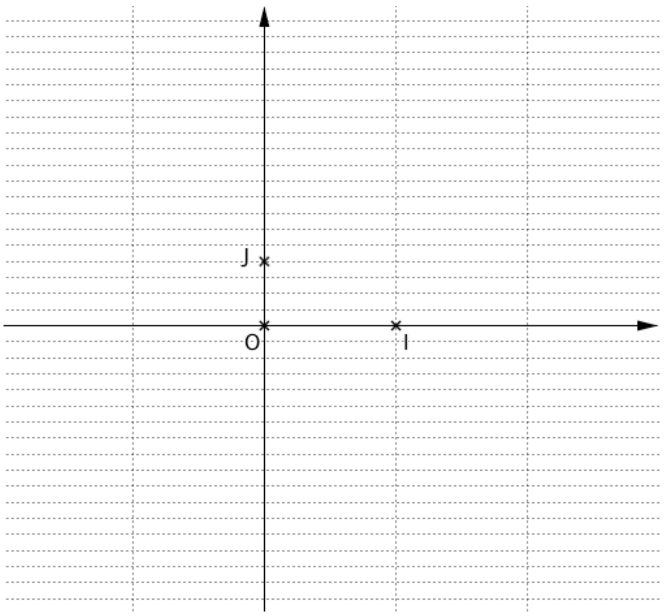
Exercice n° 3 : (EC) … / 3

f est la fonction définie sur [- 1 ; 2] par $f(x) = -x^2 + 2x + 1$.

1. Compléter le tableau des valeurs de $f(x)$ pour x variant de - 1 à 2 avec un pas de $0,5$.

x							
$f(x)$							

2. Placer dans le repère orthogonal ci-dessous les points associés au tableau de valeurs puis tracer une courbe pouvant représenter f.



3. On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de f.

   a) Calculer l'ordonnée du point K de $\mathscr{C}_f$ d'abscisse $1,7$.

   ……………………………………………………
   ……………………………………………………
   ……………………………………………………

   b) Le point L$(0,2 ; 1,44)$ appartient-il à $\mathscr{C}_f$? Justifier.

   ……………………………………………………
   ……………………………………………………
   ……………………………………………………
   ……………………………………………………
   ……………………………………………………
   ……………………………………………………

Exercice n° 4 : f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2x^2 - 12x - 14$ … / 5

1. a) Démontrer que : $\forall\ x \in \mathbb{R}$, $f(x) = 2(x-7)(x+1)$.

   b) Démontrer que : $\forall\ x \in \mathbb{R}$, $f(x) = 2(x-3)^2 - 32$

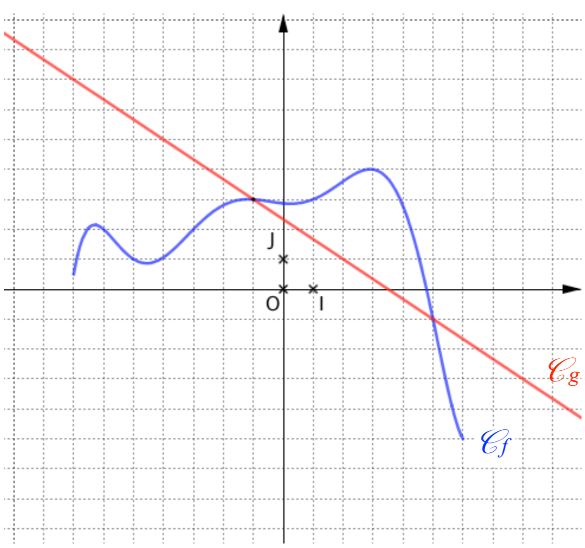
2. Calculer, en utilisant à chaque fois la forme la plus adaptée de $f(x)$, les images de :

   a) 3 b) $\sqrt{2}$ c) - 1

3. Résoudre les équations suivantes, en utilisant à chaque fois la forme la plus adaptée de $f(x)$:

   a) $f(x) = 0$ b) $f(x) = 18$

Exercice n° 5 : … / 5



On donne ci-contre les courbes représentatives de deux fonctions f et g. La fonction g est définie sur $\mathbb{R}$.

1. a) Quel est l'ensemble de définition de f ?

   b) Compléter : $\forall\ x \in$ ……… , $f(x) \in$ ………

   c) Citer un nombre qui a un seul antécédent par f puis un nombre qui n'a aucun antécédent par f. Justifier.

2. L'équation $f(x) = 2$ admet quatre solutions notées α, β, γ et δ avec $\alpha < \beta < \gamma < \delta$.

   a) Les faire apparaître sur le graphique.

   b) Deux d'entre elles sont dans $\mathbb{Z}$. Justifier lesquelles.

   c) Encadrer les autres entre deux entiers consécutifs.

3. Résoudre graphiquement $f(x) = g(x)$.

Correction du DS n°1

Exercice n° 1 : Voir la correction de l'exercice 2 du cours.

Exercice n° 2 : Voir la correction de l'exercice 7 du cours.

Exercice n° 3 : Voir la correction de l'exercice 4 du cours.

Exercice n° 4 : f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2x^2 - 12x - 14$

1. a) Démontrer que : $\forall\ x \in \mathbb{R}$, $f(x) = 2(x-7)(x+1)$

$\forall\ x \in \mathbb{R}$, A $= 2(x-7)(x+1) = 2(x^2 + x - 7x - 7) = 2(x^2 - 6x - 7) = 2x^2 - 12x - 14 = f(x)$

   b) Démontrer que : $\forall\ x \in \mathbb{R}$, $f(x) = 2(x-3)^2 - 32$

$\forall\ x \in \mathbb{R}$, B $= 2(x-3)^2 - 32 = 2(x^2 - 6x + 9) - 32 = 2x^2 - 12x + 18 - 32 = 2x^2 - 12x - 14 = f(x)$

2. Calculer, en utilisant à chaque fois la forme la plus adaptée de $f(x)$, les images de :

   a) 3 b) $\sqrt{2}$ c) - 1

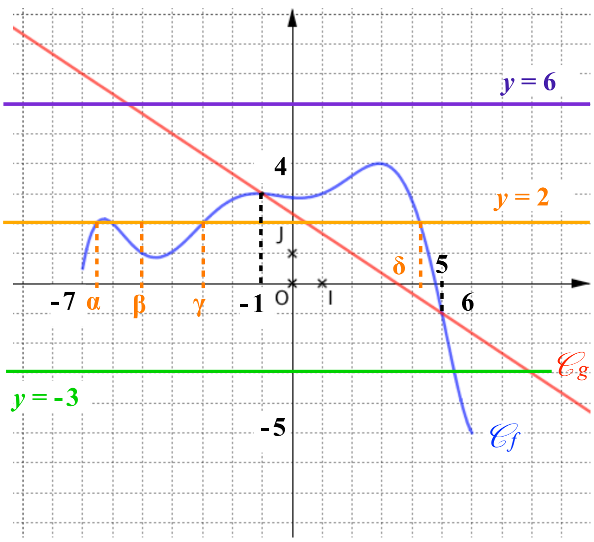
a) $f(3) = 2(3-3)^2 - 32 = 2 \times 0^2 - 32 = -32$
b) $f(\sqrt{2}) = 2 \times \sqrt{2}^2 - 12\sqrt{2} - 14 = 2 \times 2 - 12\sqrt{2} - 14 = -12\sqrt{2} - 10$
c) $f(-1) = 2(-1-7)(-1+1) = 2 \times (-8) \times 0 = 0$

3. Résoudre les équations suivantes, en utilisant à chaque fois la forme la plus adaptée de $f(x)$:

   a) $f(x) = 0$ b) $f(x) = 18$

a) $f(x) = 0$ $2(x-7)(x+1) = 0$ Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul. $2 \neq 0$ donc : $x - 7 = 0$ ou : $x + 1 = 0$ donc : $x = 7$ ou : $x = -1$	b) $f(x) = 18$ $2(x-3)^2 - 32 = 18$ $2(x-3)^2 = 50$ $(x-3)^2 = 25$ Donc : $x - 3 = \sqrt{25}$ ou : $x - 3 = -\sqrt{25}$ Donc : $x - 3 = 5$ ou : $x - 3 = -5$ Donc : $x = 5 + 3$ ou : $x = -5 + 3$ Donc : $x = 8$ ou : $x = -2$

Exercice n° 5 :



On donne ci-contre les courbes représentatives de deux fonctions et g. La fonction g est définie sur $\mathbb{R}$.

1. a) Quel est l'ensemble de définition de f ?

f est définie sur $[-7 ; 6]$.

b) Compléter : $\forall\, x \in \ldots\ldots\ldots,\ f(x) \in \ldots\ldots\ldots$

$\forall\, x \in [-7 ; 6],\ f(x) \in [-5 ; 4]$

c) Citer un nombre qui a un seul antécédent par f puis un nombre qui n'a aucun antécédent par f. Justifier.

-3 a un seul antécédent par f car la droite d'équation $y = -3$ coupe $\mathscr{C}_f$ en un seul point.

6 n'a aucun antécédent par f car la droite d'équation $y = 6$ ne coupe pas $\mathscr{C}_f$.
<u>Autre justification possible</u> :
$\forall\, x \in [-7 ; 6],\ f(x) \in [-5 ; 4]$ mais $6 \notin [-5 ; 4]$.

2. L'équation $f(x) = 2$ admet quatre solutions notées α, β, γ et δ avec $\alpha < \beta < \gamma < \delta$.

   a) Les faire apparaître sur le graphique.

   b) Deux d'entre elles sont dans $\mathbb{Z}$. Justifier lesquelles.

$\beta = -5 \in \mathbb{Z}$ et : $\gamma = -3 \in \mathbb{Z}$

   c) Encadrer les autres entre deux entiers consécutifs.

$-7 \leq \alpha \leq -6$ et : $4 \leq \delta \leq 5$

3. Résoudre graphiquement $f(x) = g(x)$.

<u>Méthode</u> : On lit graphiquement les abscisses des points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.
$f(x) = g(x) \iff x = -1$ ou $x = 5$