Nom : *Classe* : 2^{nde}	**Devoir surveillé n°2** le 12/10/2015	*Note* : … / 20

	Avis de l'élève		*Avis du professeur*	
Je sais :	***Oui***	***Non***	***Oui***	***Non***
Calculer des images à partir de la forme la plus adaptée d'une fonction.				
Déterminer les antécédents éventuels d'un nombre par une fonction.				
Comprendre un algorithme.				
Coder un algorithme en langage calculatrice.				
Déterminer le résultat obtenu en sortie d'un algorithme.				
Placer des points dans un repère.				
Calculer des longueurs.				
Calculer les coordonnées du milieu d'un segment.				
Calculer les coordonnées du symétrique d'un point par rapport à un autre.				
Démontrer la nature complète d'un triangle / d'un quadrilatère.				
Déterminer si un point appartient ou non à un cercle de centre et de rayon donnés				

Exercice 1 : Les trois expressions suivantes définissent la même fonction f sur $\mathbb{R}$. **… / 7**

$$f(x)=3(x-1)^2-\frac{27}{4}$$
$$f(x)=3x^2-6x-\frac{15}{4}$$
$$f(x)=3\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{5}{2}\right)$$

1) Calcule les images de 0, $\frac{5}{2}$, $\sqrt{5}$ et 1 en choisissant à chaque fois l'expression de $f(x)$ la plus adaptée.

2) Choisis l'expression de $f(x)$ la plus adaptée pour :

a) Résoudre $f(x) = 0$.

b) Calculer les antécédents éventuels de $-\frac{15}{4}$ et $-\frac{27}{4}$.

Exercice 2 : **… / 4**

Variables :	u, v, d, x_A, x_B, y_A et y_B des nombres réels
Entrées :	Saisir x_A, y_A, x_B et y_B
Traitement :	u prend la valeur $(x_A - x_B)^2$ v prend la valeur $(y_A - y_B)^2$ d prend la valeur $\sqrt{u+v}$
Sortie :	Afficher d

1) Que permet de faire cet algorithme ?

2) a) Quelle est la valeur affichée en sortie lorsque les valeurs saisies en entrée sont :
$x_A = -3$ $y_A = 4$ $x_B = 1$ $y_B = -4$

b) Simplifie le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$ où b est l'entier naturel le plus petit possible.

3) Code cet algorithme dans le langage de ta calculatrice (sans programmer ta calculatrice).

Exercice 3 : Soient les points A(-2 ; -1), B(2 ; -4) et C(5 ; 0). **… / 9**

1) Place les points A, B et C dans un repère orthonormé (O;I,J). Tu complèteras la figure au fur et à mesure.

2) Démontre la nature complète du triangle ABC.

3) Calcule les coordonnées du milieu K de [AC].

4) D est le symétrique de B par rapport à K. Calcule les coordonnées de D.

5) Démontre la nature complète du quadrilatère ABCD.

6) K est le centre du cercle circonscrit $\mathscr{C}$ au quadrilatère ABCD. On admet que son rayon vaut $\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

Le point E (2 ; 3) appartient-il à $\mathscr{C}$? Justifie.

Correction du DS n°2

Exercice 1 : Les trois expressions suivantes définissent la même fonction f sur $\mathbb{R}$.

$$f(x)=3(x-1)^2-\frac{27}{4}$$

$$f(x)=3x^2-6x-\frac{15}{4}$$

$$f(x)=3(x+\frac{1}{2})(x-\frac{5}{2})$$

1) Calcule les images de 0, $\frac{5}{2}$, $\sqrt{5}$ et 1 en choisissant à chaque fois l'expression de $f(x)$ la plus adaptée.

$f(0)=3\times 0^2-6\times 0-\frac{15}{4}=-\frac{15}{4}$

$f(\frac{5}{2})=3(\frac{5}{2}+\frac{1}{2})(\frac{5}{2}-\frac{5}{2})=3\times\frac{6}{2}\times 0=0$

$f(\sqrt{5})=3\times(\sqrt{5})^2-6\times\sqrt{5}-\frac{15}{4}=3\times 5-6\sqrt{5}-\frac{15}{4}=15-\frac{15}{4}-6\sqrt{5}=\frac{60-15-24\sqrt{5}}{4}=\frac{45-24\sqrt{5}}{4}$ (ou $\frac{45}{4}-6\sqrt{5}$)

$f(1)=3(1-1)^2-\frac{27}{4}=3\times 0^2-\frac{27}{4}=-\frac{27}{4}$

2) Choisis l'expression de $f(x)$ la plus adaptée pour :

a) Résoudre $f(x)=0$.

$3(x+\frac{1}{2})(x-\frac{5}{2})=0$

Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul.

$3\neq 0$. Donc $x+\frac{1}{2}=0$ ou $x-\frac{5}{2}=0$

Donc $x=-\frac{1}{2}$ ou $x=\frac{5}{2}$

b) Calculer les antécédents éventuels de $-\frac{15}{4}$ et $-\frac{27}{4}$.

Chercher les antécédents éventuels de $-\frac{15}{4}$ revient à résoudre l'équation $f(x)=-\frac{15}{4}$.

$$3x^2-6x-\frac{15}{4}=-\frac{15}{4}$$

$$3x^2-6x=0$$

On factorise : $3x(x-2)=0$

On obtient une équation produit nul.

Donc $3x=0$ ou $x-2=0$

Donc $x=0$ ou $x=2$

$-\frac{15}{4}$ a deux antécédents par f : 0 et 2.

Chercher les antécédents éventuels de $-\frac{27}{4}$ revient à résoudre l'équation $f(x)=-\frac{27}{4}$.

$$3(x-1)^2-\frac{27}{4}=-\frac{27}{4}$$

$$3(x-1)^2=0$$

$$(x-1)^2=0$$

$$x-1=0$$

$$x=1$$

Le seul antécédent de $-\frac{27}{4}$ par f est 1.

Exercice 2 : Observe l'algorithme suivant.

Variables :	u, v, d, x_A, x_B, y_A et y_B des nombres réels
Entrée :	Saisir x_A, y_A, x_B et y_B
Traitement :	u prend la valeur $(x_A - x_B)^2$ v prend la valeur $(y_A - y_B)^2$ d prend la valeur $\sqrt{u+v}$
Sortie :	Afficher d

1) Que permet de faire cet algorithme ?

Cet algorithme permet de calculer la longueur AB, en fonction des coordonnées de A et de B.

2) a) Quelle est la valeur affichée en sortie lorsque les valeurs saisies en entrée sont :
$x_A = -3$ $y_A = 4$ $x_B = 1$ $y_B = -4$

Si : $x_A = -3$ $y_A = 4$ $x_B = 1$ $y_B = -4$
Alors : u prend la valeur $(-3 - 1)^2 = (-4)^2 = 16$
v prend la valeur $(4 + 4)^2 = 8^2 = 64$
d prend la valeur $\sqrt{16+64} = \sqrt{80}$
La valeur affichée en sortie est : $d = \sqrt{80}$

b) Simplifie le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$
où b est l'entier naturel le plus petit possible.

$d = \sqrt{80} = \sqrt{4} \times \sqrt{20} = 2\sqrt{20} = 2\sqrt{4}\sqrt{5} = 2 \times 2\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$

3) On utilise les variables A, B, C et E à la place respectivement de x_A, y_A, x_B et y_B.

Sur CASIO	**Sur TI**
==== LONGUEUER ==	PROGRAM : LONGUEUR
"XA = " ? → A	Disp "XA = "
"YA = " ? → B	Input A
"XB = " ? → C	Disp "YA = "
"YB = " ? → E	Input B
$(A - C)^2 \to U$	Disp "XB = "
$(B - E)^2 \to V$	Input C
$\sqrt{U+V} \to D$	Disp "YB = "
"AB = "	Input E
D◢	$(A - C)^2 \to U$
	$(B - E)^2 \to V$
	$\sqrt{U+V} \to D$
	Disp "AB= "
	Disp D

Exercice 3 : Soient les points A(-2 ; -1), B(2 ; -4) et C(5 ; 0).

1) La figure est donnée en fin de corrigé.

2) Démontre la nature complète du triangle ABC.

$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$
$AB = \sqrt{(2+2)^2 + (-4+1)^2}$
$AB = \sqrt{4^2 + (-3)^2}$
$AB = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$

$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$
$AC = \sqrt{(5+2)^2 + (0+1)^2}$
$AC = \sqrt{7^2 + 1^2}$
$AC = \sqrt{49+1} = \sqrt{50} = \sqrt{25}\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

$CB = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2}$
$CB = \sqrt{(2-5)^2 + (-4-0)^2}$
$CB = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2}$
$CB = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$

Puisque AB = BC, le triangle ABC est isocèle en B.
De plus : $AB^2 + BC^2 = 25 + 25 = 50 = AC^2$.
Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est aussi rectangle en B.

3) Calcule les coordonnées du milieu K de [AC].

K est le milieu de [AC].

Donc : $x_K = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-2+5}{2} = \frac{3}{2}$ et : $y_K = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{-1+0}{2} = -\frac{1}{2}$

4) D est le symétrique de B par rapport à K. Calcule les coordonnées de D.

Si D est le symétrique de B par rapport à K alors K est le milieu de [BD].

Donc : $x_K = \frac{x_B + x_D}{2}$ et : $y_K = \frac{y_B + y_D}{2}$

Donc : $\frac{3}{2} = \frac{2 + x_D}{2}$ et : $-\frac{1}{2} = \frac{-4 + y_D}{2}$

Donc : $3 = 2 + x_D$ et : $-1 = -4 + y_D$

Donc : $x_D = 3 - 2 = 1$ et : $y_D = -1 + 4 = 3$

5) Démontre la nature complète du quadrilatère ABCD.

On sait que les diagonales [AC] et [BD] du quadrilatère ABCD se coupent en leur milieu K.
Or, un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu est un parallélogramme.
Donc ABCD est un parallélogramme.

De plus, le triangle ABC est un triangle rectangle et isocèle en B.
Autrement dit : AB = BC et $\widehat{ABC}=90\,°$.
Or, un parallélogramme qui a un angle droit et deux côtés consécutifs de même longueur est un carré.
Donc ABCD est un carré.

6) K est le centre du cercle circonscrit $\mathscr{C}$ au quadrilatère ABCD. On admet que son rayon vaut $\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

Le point E (2 ; 3) appartient-il à $\mathscr{C}$? Justifie.

$KE=\sqrt{(x_E-x_K)^2+(y_E-y_K)^2}$

$KE=\sqrt{(2-\frac{3}{2})^2+(3+\frac{1}{2})^2}$

$KE=\sqrt{(\frac{4}{2}-\frac{3}{2})^2+(\frac{6}{2}+\frac{1}{2})^2}$

$KE=\sqrt{(\frac{1}{2})^2+(\frac{7}{2})^2}$

$KE=\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{49}{4}}=\sqrt{\frac{50}{4}}=\frac{\sqrt{50}}{\sqrt{4}}=\frac{\sqrt{25}\sqrt{2}}{2}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$

Donc E appartient au cercle $\mathscr{C}$ de centre K et de rayon $\frac{5\sqrt{2}}{2}$.