Nom : *Classe* : 2^{nde}	**Devoir surveillé n°2** le 12/11/2018	*Note* : … / 20

Je sais :	*Avis de l'élève* **Oui**	**Non**	*Avis du professeur* **Oui**	**Non**
Le cours et refaire des exercices travaillés en classe.				
Justifier si un triangle est rectangle ou non.				
Placer des points dans un repère et compléter une figure.				
Calculer les coordonnées du milieu d'un segment.				
Calculer les coordonnées du symétrique d'un point par rapport à un autre.				
Détailler l'écriture d'une racine carrée sous la forme $a\sqrt{b}$				
Déterminer si un point appartient ou non à un cercle.				
Développer / Réduire.				
Calculer des images.				
Résoudre des équations.				

Cours / Exercices contrôlés : **… / 10**

1. Compléter l'algorithme suivant, ainsi que sa traduction en langage Python, afin qu'il affiche les coordonnées du milieu $M(x_M ; y_M)$ du segment [AB] lorsque $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$ sont donnés.

Saisir les réels x_A, y_A, x_B et y_B	xA = float(input("Abscisse de A :"))
$x_M \leftarrow$ ……………………………………	yA = float(input(" …………………………… "))
$y_M \leftarrow$ ……………………………………	xB = float(input(" …………………………… "))
Afficher x_M et y_M	yB = float(input("Ordonnée de B :"))
	xM = ……………………………………
	yM = ……………………………………
	print("Abscisse de M :", …)
	print(……………………………………)

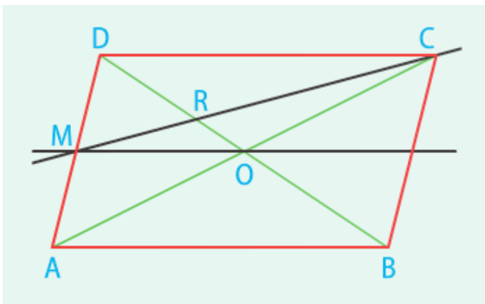
Les questions suivantes seront traitées sur votre copie double.

2. Soit I, J et K les milieux respectifs des côtés [AB], [AC] et [BC] d'un triangle ABC.
On sait que IJ = 1, JK = 3 et IK = 4. Calculer AC.

3. ABCD est un parallélogramme de centre O.
La droite parallèle à (CD) passant par O coupe (AD) en M. Les droites (CM) et (DO) se coupent en R.

a) Montrer que M est le milieu de [AD].

b) Que représente R dans le triangle ACD ? Justifier.



4. ABC est un triangle rectangle en A tel que AB = 8 et AC = 15. H est le pied de la hauteur issue de A.
On admet que BC = 17.

a) Citer la propriété qui permettrait de justifier que les triangles ABC et ACH sont semblables.
(La démonstration n'est pas demandée.)

b) En déduire le calcul de AH.

5. Soit $\mathscr{C}$ un cercle de centre O et de rayon 13, [AB] un diamètre de ce cercle, E le point du segment [OA] tel que OE = 12 et F un point de $\mathscr{C}$ tel que EF = 5. On admet que OEF est rectangle en E.

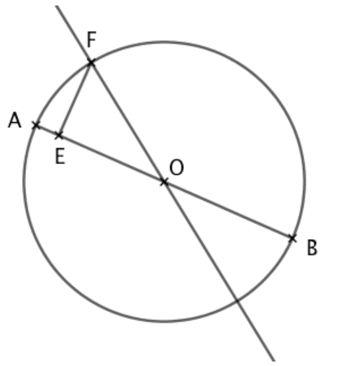
   a) On admet que OEF est rectangle en E. Déterminer la nature de ABF.

   b) Donner la définition de la tangente (T) au cercle $\mathscr{C}$ de centre O en B. Tracer (T).

   c) (T) coupe (OF) en D. Montrer que (EF) et (BD) sont parallèles.

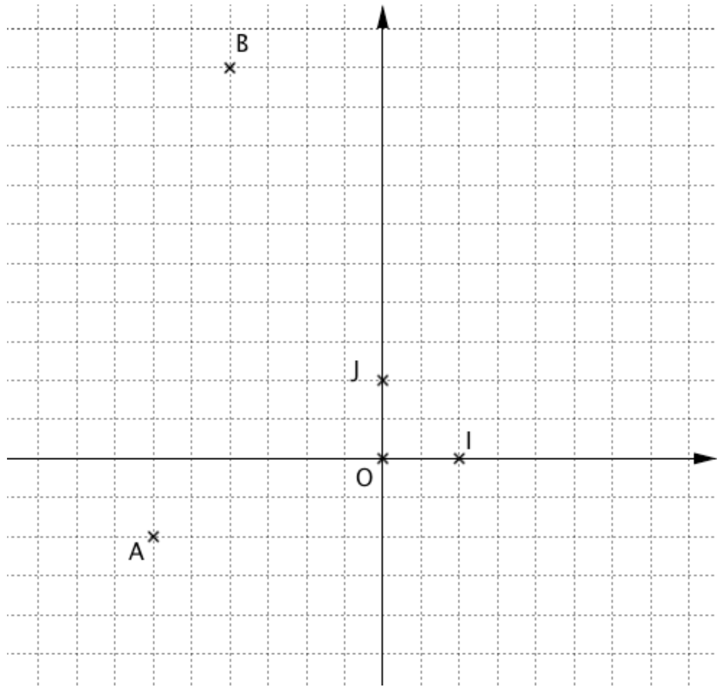
   d) Calculer BD.

   e) Calculer la mesure de $\widehat{EOF}$ au dixième de degré près.



<u>Exercice n°2</u> : **… / 5,5**

On se place dans le repère orthonormé (O, I, J) ci-dessous et on considère les points $A(-3\,;-1)$ et $B(-2\,;5)$.



1. Le triangle ABJ est-il rectangle ? Justifier.
2. Calculer les coordonnées du milieu C de [BJ]. Placer C puis compléter la figure au fur et à mesure.
3. Calculer les coordonnées du point D symétrique de C par rapport à J.
4. On admet que CD = $\sqrt{20}$.

   a) Simplifier ce résultat sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers, b étant le plus petit possible.

   b) Le point $E(2\,;\frac{7}{3})$ appartient-il au cercle de diamètre [CD] ? Justifier (Calcul fractionnaire attendu.)

   c) Expliquer, sans calcul supplémentaire, pourquoi le triangle ECD ne peut pas être rectangle en E.

<u>Exercice n°3</u> : f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2\,(x-4)^2 + 8$ **… / 4,5**

1. a) Démontrer que, pour tout réel x, on a $f(x) = -2\,x^2 + 16\,x - 24$

   b) Démontrer que, pour tout réel x, on a $f(x) = (x-6)(-2\,x+4)$
2. Calculer les images de 2, $\sqrt{3}$ et 4 en utilisant, à chaque fois, l'expression de $f(x)$ la plus adaptée.
3. En utilisant l'expression de $f(x)$ qui vous semble la mieux adaptée, résoudre si possible :
   a) $f(x) = -24$ b) $f(x) = 10$

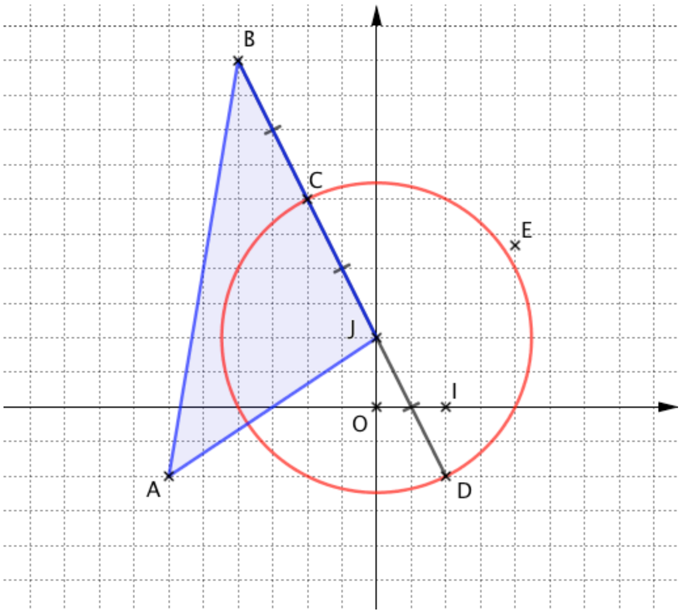
Correction du DS n°2

Cours / Exercices contrôlés : Voir la correction des exercices :

- du livre : p 218 n°19, 29 et 32
- du cahiers de cours : Exercices 3 et 4.

Exercice n°2 :

On se place dans le repère orthonormé (O, I, J) ci-dessous et on considère les points $A(-3; -1)$ et $B(-2; 5)$.



1. Le triangle ABJ est-il rectangle ? Justifier.

$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \sqrt{(-2+3)^2 + (5+1)^2} = \sqrt{1^2 + 6^2} = \sqrt{1+36} = \sqrt{37}$

$AJ = \sqrt{(x_J - x_A)^2 + (y_J - y_A)^2} = \sqrt{(0+3)^2 + (1+1)^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$

$BJ = \sqrt{(x_J - x_B)^2 + (y_J - y_B)^2} = \sqrt{(0+2)^2 + (1-5)^2} = \sqrt{2^2 + (-4)^2} = \sqrt{4+16} = \sqrt{20}$

Le plus grand côté du triangle ABJ est [AB] car $\sqrt{37} > \sqrt{20} > \sqrt{13}$. On a :

- D'une part : $AJ^2 + BJ^2 = \sqrt{13}^2 + \sqrt{20}^2 = 13 + 20 = 33$
- D'autre part : $AB^2 = \sqrt{37}^2 = 37$

Donc : $AB^2 \neq AJ^2 + BJ^2$

Ainsi, d'après la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle ABJ n'est pas rectangle.

2. Calculer les coordonnées du milieu C de [BJ]. Placer C puis compléter la figure au fur et à mesure.

C est le milieu de [BJ] donc :

$x_C = \frac{x_B + x_J}{2} = \frac{-2+0}{2} = \frac{-2}{2} = -1$ $\qquad$ $y_C = \frac{y_B + y_J}{2} = \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3$

3. Calculer les coordonnées du point D symétrique de C par rapport à J.

Si D est le symétrique de C par rapport à J alors J est le milieu de [CD].

On en déduit : $x_J = \frac{x_C + x_D}{2}$ $\qquad$ et : $y_J = \frac{y_C + y_D}{2}$

Donc : $0 = \frac{-1 + x_D}{2}$ $\qquad$ $1 = \frac{3 + y_D}{2}$

$-1 + x_D = 0 \times 2$ $\qquad$ $3 + y_D = 1 \times 2$

$-1 + x_D = 0$ $\qquad$ $3 + y_D = 2$

$x_D = 1$ $\qquad$ $y_D = 2 - 3 = -1$

4. On admet que CD = $\sqrt{20}$.

a) Simplifier ce résultat sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers, b étant le plus petit possible.

$\sqrt{20} = \sqrt{4} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

b) Le point E$(2\,;\frac{7}{3})$ appartient-il au cercle de diamètre [CD] ? Justifier (Calcul fractionnaire attendu.)

CD = $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$. On en déduit que le rayon du cercle vaut : $r = \frac{\text{CD}}{2} = \sqrt{5}$ J est le milieu de [CD] donc J est le centre du cercle de diamètre [CD]. EJ = $\sqrt{(x_\text{J} - x_\text{E})^2 + (y_\text{J} - y_\text{E})^2} = \sqrt{(0-2)^2 + (1 - \frac{7}{3})^2} = \sqrt{4 + (\frac{3}{3} - \frac{7}{3})^2} = \sqrt{4 + (-\frac{4}{3})^2}$ EJ = $\sqrt{4 + \frac{16}{9}} = \sqrt{\frac{36}{9} + \frac{16}{9}} = \sqrt{\frac{52}{9}} = \frac{\sqrt{52}}{3}$ EJ ≠ $\sqrt{5}$ donc E n'appartient pas au cercle de diamètre [CD].

c) Expliquer, sans calcul supplémentaire, pourquoi le triangle ECD ne peut pas être rectangle en E.

Raisonnons par l'absurde : Si le triangle ECD était rectangle en E alors le centre de son cercle circonscrit serait le milieu J de son hypoténuse [CD]. Dans ce cas, le point E appartiendrait au cercle de diamètre [CD]. Ce qui est absurde puisqu'on vient de montrer que EJ ≠ $\frac{\text{CD}}{2}$. On en déduit que le triangle ECD ne peut pas être rectangle en E.

<u>Exercice n°3</u> : f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2\,(x-4)^2 + 8$

1. a) Démontrer que, pour tout réel x, on a $f(x) = -2\,x^2 + 16\,x - 24$

$\forall\, x \in \mathbb{R}$, $f(x) = -2\,(x-4)^2 + 8 = -2\,(x^2 - 8x + 16) + 8 = -2\,x^2 + 16\,x - 32 + 8 = -2\,x^2 + 16\,x - 24$

b) Démontrer que, pour tout réel x, on a $f(x) = (x-6)(-2\,x+4)$

$\forall\, x \in \mathbb{R}$, B = $(x-6)(-2\,x+4) = -2\,x^2 + 4\,x + 12\,x - 24 = -2\,x^2 + 16\,x - 24 = f(x)$

2. Calculer les images de 2, $\sqrt{3}$ et 4 en utilisant, à chaque fois, l'expression de $f(x)$ la plus adaptée.

$f(2) = (2-6)(-2\times 2 + 4) = -4 \times 0 = 0$ $f(\sqrt{3}) = -2\,\sqrt{3}^2 + 16\sqrt{3} - 24 = -2 \times 3 + 16\sqrt{3} - 24 = -6 - 24 + 16\sqrt{3} = -30 + 16\sqrt{3}$ $f(4) = -2\,(4-4)^2 + 8 = -2 \times 0^2 + 8 = 8$

3. En utilisant l'expression de $f(x)$ qui vous semble la mieux adaptée, résoudre si possible :

a) $f(x) = -24$ $-2\,x^2 + 16\,x - 24 = -24$ $-2\,x^2 + 16\,x = 0$ $-2\,x(x-8) = 0$ Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul. Donc : $-2\,x = 0$ ou : $x - 8 = 0$ Donc : $x = 0$ ou : $x = 8$	b) $f(x) = 10$ $-2\,(x-4)^2 + 8 = 10$ $-2\,(x-4)^2 = 10 - 8$ $-2\,(x-4)^2 = 2$ $(x-4)^2 = \frac{2}{-2}$ $(x-4)^2 = -1$ Un carré étant toujours positif ou nul, cette équation n'admet aucune solution réelle.