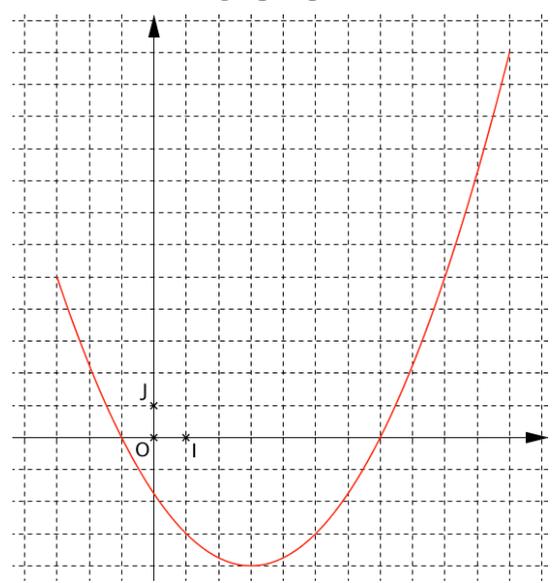


<i>Je sais :</i>	<i>Avis de l'élève</i>		<i>Avis du professeur</i>	
	Oui	Non	Oui	Non
Exercice 1 (25 min)				
Résoudre graphiquement une équation / Déterminer des antécédents.				
Dresser un tableau de variation.				
Déterminer des extremums.				
Démontrer qu'une fonction peut s'écrire sous différentes formes.				
Résoudre algébriquement une équation.				
Démontrer qu'une fonction admet un extremum sur \mathbb{R} .				
Exercice 2 (5 min)				
Comparer si possible des images à partir du tableau des variations.				
Exercice 3 (15 min)				
Utiliser la calculatrice pour compléter un tableau de valeurs.				
Régler la fenêtre d'affichage d'un graphique dans la calculatrice.				
Utiliser la calculatrice pour déterminer un maximum.				
Résoudre graphiquement une équation et des inéquations.				
Exercice 4 (15 min)				
Calculer les coordonnées du milieu d'un segment.				
Calculer les coordonnées du 4 ^{ème} sommet d'un parallélogramme				
Calculer une longueur.				

Exercice 1 :

... / 9

Partie A : Etude graphique d'une fonction.



Voici la courbe représentative d'une fonction f dans un repère orthonormé $(O ; I, J)$.

1) a) Résous graphiquement l'équation $f(x) = 0$.

b) Détermine les antécédents éventuels de -3 et de 8 par f .
Fais apparaître les résultats sur le graphique.

2) a) Dresse le tableau des variations de f .

b) Détermine les extremums de f sur $[-3 ; 11]$.

Partie B : Etude algébrique d'une fonction.

1) La fonction représentée ci-dessus est définie par : $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{7}{4}$.

a) Démontre que pour tout réel x de I on a : $f(x) = \frac{1}{4}(x-3)^2 - 4$.

b) Démontre que pour tout réel x de I on a : $f(x) = \frac{1}{4}(x-7)(x+1)$.

2) Retrouve les résultats de la question 1b) en résolvant algébriquement l'équation $f(x) = 0$.

3) a) Calcule l'image de 3 par f .

b) Justifie que $f(x) - f(3)$ est de signe constant sur \mathbb{R} .

c) Déduis-en que f admet un extremum (à préciser) sur \mathbb{R} .

Exercice 2 : Voici le tableau des variations d'une fonction.

... / 3

x	-10	3	10
$f(x)$	17	2	5

\swarrow (from 17 to 2) \searrow (from 2 to 5)

Compare, si possible, en justifiant ta réponse :

- a) $f(-5)$ et $f(0)$ b) $f(4)$ et $f(8)$ c) $f(-1)$ et $f(6)$

Exercice 3 :

... / 4

f et g sont les fonctions définies sur $[-3; 2]$ par :

$$f(x) = -0,5x^4 + x^2 - x + 3 \quad \text{et} \quad g(x) = 0,5x + 2$$

On notera \mathcal{C}_f et \mathcal{D}_g leurs représentations graphiques.

1) Utilise le tableur de ta calculatrice pour compléter le tableau des valeurs de $f(x)$ et $g(x)$.

x	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$						
$g(x)$						

2) Quelle fenêtre faut-il choisir sur la calculatrice pour voir afficher l'image ci-contre ?

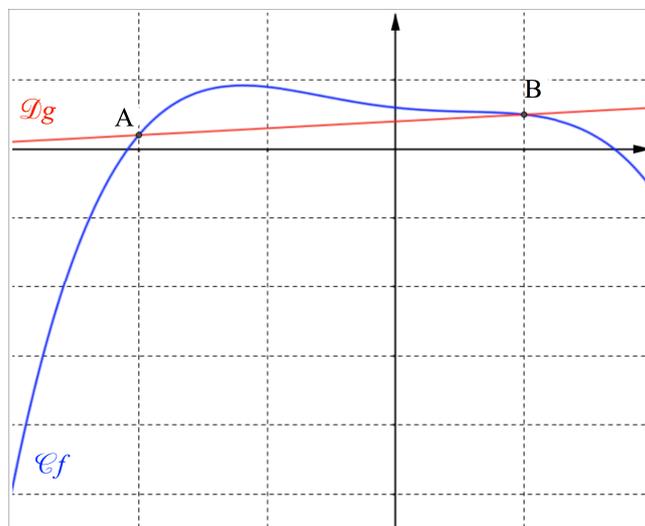
.....

3) En utilisant le menu G-Solv de la calculatrice, détermine l'arrondi au $10^{\text{ème}}$ du maximum M de f sur $[-3; 2]$.

.....

4) On donne $A(-2; 1)$ et $B(1; 2,5)$. Résous graphiquement :

- a) $f(x) = g(x) \Leftrightarrow$
 b) $f(x) \geq g(x) \Leftrightarrow$
 c) $f(x) < g(x) \Leftrightarrow$



Exercice 4 : Soient les points $A(-3; 3)$, $B(-\frac{7}{2}; -\frac{3}{2})$ et $C(5; -1)$.

... / 4

1) Calcule les coordonnées du milieu M de $[AC]$.

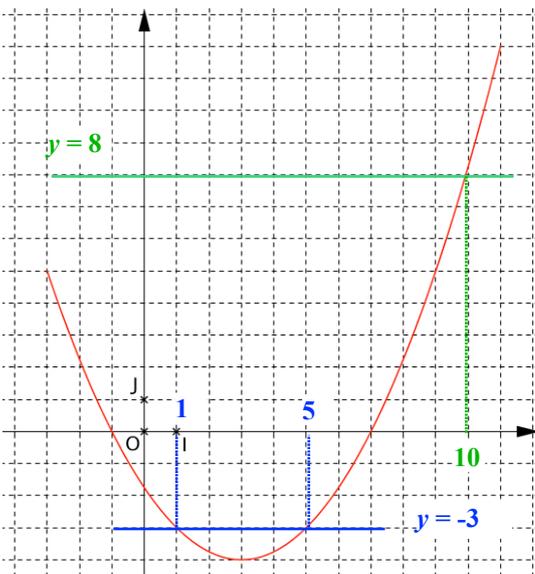
2) Calcule les coordonnées du point D tel que $ABCD$ est un parallélogramme.

3) Calcule la longueur AC et simplifie le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$ (en détaillant la simplification.)

Correction du DS n°3

Exercice 1 :

Partie A : Etude graphique d'une fonction.



- 1) a) $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$ ou $x = 7$
 b) Les antécédents de -3 par f sont 1 et 5 .
 Le seul antécédent de 8 par f est 10 .
- 2) a) Dresse le tableau des variations de f .

x	-3	3	11
$f(x)$	5	-4	12

- b) Le minimum de f sur $[-3 ; 11]$ est $m = -4$.
 (Il est atteint en $x = 3$.)
 Le maximum de f sur $[-3 ; 11]$ est $M = 12$.
 (Il est atteint en $x = 11$.)

Partie B : Etude algébrique d'une fonction.

1) La fonction représentée ci-dessus est définie par $f(x) = \frac{1}{4}(x-3)^2 - 4$.

a) $\forall x \in [-3 ; 11], \frac{1}{4}(x-3)^2 - 4 = \frac{1}{4}(x^2 - 6x + 9) - 4 = \frac{1}{4}x^2 - \frac{6}{4}x + \frac{9}{4} - 4 = \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{7}{4} = f(x)$

b) $\forall x \in [-3 ; 11], \frac{1}{4}(x-7)(x+1) = \frac{1}{4}(x^2 + x - 7x - 7) = \frac{1}{4}(x^2 - 6x - 7) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{6}{4}x - \frac{7}{4} = \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{7}{4} = f(x)$

2) $f(x) = 0$

$$\frac{1}{4}(x-7)(x+1) = 0$$

Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul.

Or : $\frac{1}{4} \neq 0$. Donc :

$$\begin{array}{l} x - 7 = 0 \quad \text{ou} \quad x + 1 = 0 \\ x = 7 \quad \quad \text{ou} \quad x = -1 \end{array}$$

Finalement : $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$ ou $x = 7$

3) a) $f(3) = \frac{1}{4}(3-3)^2 - 4 = \frac{1}{4} \times 0 - 4 = -4$

b)

$$\forall x \in [-3 ; 11], f(x) - f(3) = \frac{1}{4}(x-3)^2 - 4 - (-4) = \frac{1}{4}(x-3)^2 - 4 + 4 = \frac{1}{4}(x-3)^2$$

Or, un carré est toujours positif ou nul et $\frac{1}{4} > 0$.

Donc : $\forall x \in [-3 ; 11], f(x) - f(3) \geq 0$

c)

$$\forall x \in [-3 ; 11], f(x) - f(3) \geq 0$$

$$f(x) \geq f(3)$$

$$f(x) \geq -4$$

On en déduit que la fonction f admet un minimum $m = -4$ sur \mathbb{R} . Il est atteint en $x = 3$.

Exercice 2 : Voici le tableau des variations d'une fonction.

x	-10	3	10
$f(x)$	17	2	5

Compare, si possible, en justifiant ta réponse :

a) f est décroissante sur $[-10 ; 3]$

$-5 \in [-10 ; 3]$ et $0 \in [-10 ; 3]$.

Donc f est décroissante sur $[-5 ; 0]$.

Or : $-5 < 0$

Donc : $f(-5) > f(0)$

b) f est croissante sur $[3 ; 10]$.

$4 \in [3 ; 10]$ et $8 \in [3 ; 10]$.

Donc f est croissante sur $[4 ; 8]$.

Or : $4 < 8$

Donc : $f(4) < f(8)$

c) f n'est pas monotone sur $[-1 ; 6]$

On ne peut pas comparer $f(-1)$ et $f(6)$.

Exercice 3 : f et g sont les fonctions définies sur $[-3 ; 2]$ par :

$$f(x) = -0,5x^4 + x^2 - x + 3 \quad \text{et} \quad g(x) = 0,5x + 2$$

1) Utilise le tableur de ta calculatrice pour compléter le tableau des valeurs de $f(x)$ et $g(x)$.

x	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-25,5	1	4,5	3	2,5	-3
$g(x)$	0,5	1	1,5	2	2,5	3

2) Quelle fenêtre faut-il choisir sur la calculatrice pour voir afficher l'image ci-contre ?

$$X_{\min} = -3 \quad X_{\max} = 2 \quad X_{\text{scale}} = 1$$

$$Y_{\min} = -27 \quad Y_{\max} = 10 \quad Y_{\text{scale}} = 5$$

3) En utilisant le menu G-Solv de la calculatrice, détermine l'arrondi au $10^{\text{ème}}$ du maximum M de f sur $[-3 ; 2]$.

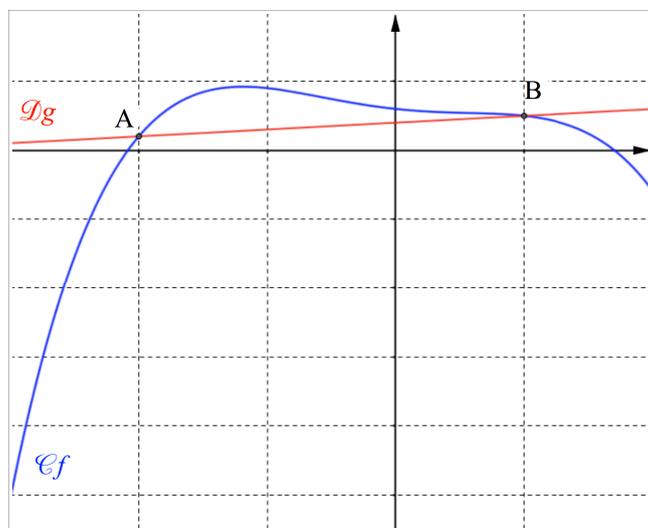
On obtient avec la calculatrice : $M \approx 4,6$.

4) On donne $A(-2 ; 1)$ et $B(1 ; 2,5)$. Résous graphiquement :

a) $f(x) = g(x) \Leftrightarrow x = -2$ ou $x = 1$

b) $f(x) \geq g(x) \Leftrightarrow x \in [-2 ; 1]$

c) $f(x) < g(x) \Leftrightarrow x \in [-3 ; -2[\cup]1 ; 2]$



Exercice 4 : Soient les points $A(-3 ; 3)$, $B(-\frac{7}{2} ; -\frac{3}{2})$ et $C(5 ; -1)$.

1) M est le milieu de $[AC]$.

$$\text{Donc : } x_M = \frac{x_A + x_C}{2} = \frac{-3 + 5}{2} = \frac{2}{2} = 1 \quad \text{et} \quad y_M = \frac{y_A + y_C}{2} = \frac{3 - 1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

2) $ABCD$ est un parallélogramme si et seulement si le milieu M de $[AC]$ est aussi le milieu de $[BD]$.

$$\text{Donc : } x_M = \frac{x_B + x_D}{2} \quad \text{et} \quad y_M = \frac{y_B + y_D}{2}$$

$$\text{Donc : } 1 = \frac{-\frac{7}{2} + x_D}{2} \quad \text{et} \quad 1 = \frac{-\frac{3}{2} + y_D}{2}$$

$$\text{Donc : } 2 = -\frac{7}{2} + x_D \quad \text{et} \quad 2 = -\frac{3}{2} + y_D$$

$$\text{Donc : } x_D = 2 + \frac{7}{2} = \frac{4+7}{2} = \frac{11}{2} \quad \text{et} \quad y_D = 2 + \frac{3}{2} = \frac{4+3}{2} = \frac{7}{2}$$

3)

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$$

$$AC = \sqrt{(5 + 3)^2 + (-1 - 3)^2}$$

$$AC = \sqrt{8^2 + (-4)^2}$$

$$AC = \sqrt{64 + 16}$$

$$AC = \sqrt{80} = \sqrt{16} \times \sqrt{5} = 4\sqrt{5}$$