Nom :
Classe : 2nde 5

DS n°3
le 10/12/2021

Note :
… / 20

Compétences évaluées :	**Avis du professeur** Non maîtrisée → Bien maîtrisée
Connaitre le cours (vocabulaire, définitions, propriétés et remarques)	
S'approprier les exercices / les méthodes travaillé(e)s en classe.	
Compétences du livret scolaire :	
• (C1) Mener une recherche de façon autonome.	
• (C2) Modéliser, faire une simulation, valider ou invalider un modèle.	
• (C3) Représenter, choisir un cadre, changer de registre.	
• (C4) Calculer, appliquer des techniques, mettre en œuvre des algorithmes.	
• (C5) Raisonner, argumenter en exerçant un regard critique, démontrer.	
• (C6) Communiquer à l'écrit en utilisant un langage rigoureux et des outils pertinents.	
• (C7) Communiquer à l'oral en utilisant un langage rigoureux et des outils pertinents.	Non évaluée

La calculatrice est interdite.

Contrôle de la connaissance du cours : Compléter les extraits du cours suivants. **… / 4,5**

1. Soient x, a et b trois nombres réels tels que $a < b$.

   Un …………… I, délimité par deux …………… a et b appelées respectivement ……………………… et ………………………… , est l'ensemble de tous les réels x compris entre a et b.

   On dit que $[\, a\,;\, b\,]$ est …………… et que $]\, a\,;\, b\,[$ est ……………

   L'ensemble … est assimilable à l'intervalle $]-\infty\,;\,+\infty[$.

2. Soient x un réel et n un nombre entier naturel.
   Il existe un unique nombre entier relatif a tel que : …… $\leq\ x\ <$ ……

   Cet encadrement est appelé l'encadrement ……………… de x à …… près.

3. a)
   - Quel que soit le réel ………………… x, on a : $\sqrt{x}^{\,2} =$ …
   - Quel que soit le réel x, on a : $\sqrt{x^2} =$ …

   b) La distance entre les points A et B est définie par AB = ………

   c) Soit a et r deux réels quelconques.

   $$x \in [\, a - r\,;\, a + r\,] \ \Leftrightarrow\ \text{…………………}$$

Exercice 1 (EC) : **… / 5,5**

1. Le volume d'une boule de rayon r est donné par la formule $\mathcal{V} = \frac{4}{3}\pi r^3$.

   Ecrire une fonction en python qui calcule le volume d'une boule, son rayon r étant mis en paramètre.

2. Résoudre $\frac{2x-3}{7} = \frac{x-1}{3}$

3. Soit x un nombre réel tel que $x \leq 5$. Justifier si l'affirmation suivante est vraie ou fausse.

$$-\frac{1}{2}x + 1 \in]-\infty ; -1,5]$$

4. L'inégalité $x + 3 \leq 2x - 7$ est-elle vraie si $x = -4$? Justifier.

5. Résoudre dans $\mathbb{R}$

   a) $|x+2| = 6$ b) $\left|x - \frac{3}{4}\right| \leq \frac{1}{6}$

Exercice 2 : Calculer, en détaillant les étapes ou le raisonnement. **… / 3**

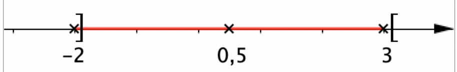
a) A $= |-5+3| - |11-19|$

b) B $= |6 - 2\pi|$

c) La longueur AB lorsque A est le point d'abscisse $-3,2$ et B est celui d'abscisse $5,8$

d) L'encadrement décimal de $\frac{5}{7}$ à 10^{-3} près (après avoir posé la division décimale de 5 par 7)

Exercice 3 : Compléter. **… / 4**

Appartenance de x à un ensemble / intervalle	**Définition de x : (in)égalités(s)**	**Représentation graphique**	**Interprétation en terme de distance**	**Inégalité sur une valeur absolue**
$x \in]-2 ; 3[$			La distance entre x et $0,5$ est inférieure à $2,5$	$\|x - 0,5\| < 2,5$
	$5 \leq x \leq 11$			
$x \in \{-4 ; 4\}$				
				$\|x+3\| > 1$

Exercice 4 : Fréquence cardiaque maximale. **… / 3**

Lors d'une activité physique, il est recommandé de surveiller son rythme cardiaque.
La Fréquence Cardiaque Maximale (FCM) recommandée par les médecins est obtenue en retranchant de 208 les trois quarts de son âge, exprimé en années.
La FCM obtenue s'exprime en battement par minutes.

1. a) Déterminer la formule de calcul de la FCM, notée f, en fonction de l'âge a d'une personne en années.

   b) Déterminer la FCM recommandée pour un adolescent de 16 ans.

2. Un sportif sait que sa FCM est inférieure à 172 battements par minute. Déterminer son âge.

Correction du DS n°3

Contrôle de la connaissance du cours : Compléter les extraits du cours suivants.

1. Soient x, a et b trois nombres réels tels que $a < b$.

   Un **intervalle** I, délimité par deux **extrémités** a et b appelées respectivement **borne inférieure** et **borne supérieure**, est l'ensemble de tous les réels x compris entre a et b.
   On dit que $[\, a\, ;\, b\,]$ est **fermé** et que $]\, a\, ;\, b\,[$ est **ouvert**

   L'ensemble $\mathbb{R}$ est assimilable à l'intervalle $]-\infty\, ;\, +\infty[$.

2. Soient x un réel et n un nombre entier naturel.

   Il existe un unique nombre entier relatif a tel que : $\dfrac{a}{10^n} \leq x < \dfrac{a+1}{10^n}$.

   Cet encadrement est appelé l'encadrement **décimal** de x à 10^{-n} près.

3. a)
   - Quel que soit le réel **positif** x, on a : $\sqrt{x}^{\,2} = x$
   - Quel que soit le réel x, on a : $\sqrt{x^2} = |\, x\, |$

   b) La distance entre les points A et B est définie par AB $= |\, x_B - x_A\, |$

   c) Soit a et r deux réels quelconques.

   $$x \in [\, a - r\, ;\, a + r\,] \Leftrightarrow |x - a| \leq r$$

Exercices 1 (EC) :

1. Le volume d'une boule de rayon r est donné par la formule $\mathcal{V} = \dfrac{4}{3}\pi\, r^3$.

   Ecrire une fonction en python qui calcule le volume d'une boule, son rayon r étant mis en paramètre.

```python
def volume_boule(r):
    return (4/3)*pi*r**3
```

2. Résoudre $\dfrac{2x-3}{7} = \dfrac{x-1}{3}$

$$\frac{2x-3}{7} = \frac{x-1}{3} \Leftrightarrow 3(2x-3) = 7(x-1)$$
$$6x - 9 = 7x - 7$$
$$6x - 7x = 9 - 7$$
$$-x = 2$$
$$x = -2$$

3. Soit x un nombre réel tel que $x \leq 5$. Justifier si l'affirmation suivante est vraie ou fausse.

$$-\frac{1}{2}x + 1 \in]-\infty\, ;\, -1,5\,]$$

Si $x \leq 5$ alors $-\dfrac{1}{2}x \geq -\dfrac{1}{2} \times 5$ car $\dfrac{-1}{2} < 0$

On en déduit $-\dfrac{1}{2}x \geq -2,5$ puis $-\dfrac{1}{2}x + 1 \geq -2,5 + 1$

Ainsi $-\dfrac{1}{2}x + 1 \geq -1,5 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{2}x + 1 \in [-1,5\, ;\, +\infty[$

Donc l'affirmation « $-\dfrac{1}{2}x + 1 \in]-\infty\, ;\, -1,5\,]$ » est fausse.

4. L'inégalité $x + 3 \leq 2x - 7$ est-elle vraie si $x = -4$? Justifier.

Si $x = -4$
Alors $x + 3 = -4 + 3 = -1$
Et $2x - 7 = 2 \times (-4) - 7 = -8 - 7 = -15$
Or $-1 > -15$ Donc l'inégalité $x + 3 \leq 2x - 7$ est fausse si $x = -4$.

5. Résoudre dans $\mathbb{R}$

a) $|\,x+2\,| = 6$ b) $|\,x-\dfrac{3}{4}\,| \leq \dfrac{1}{6}$

a) $|\,x+2\,| = 6 \;\Leftrightarrow\; |\,x-(\text{-}2)\,| = 6 \;\Leftrightarrow\; |\,x-a\,| = r$ avec $a = \text{-}2$ et $r = 6$
La distance entre x et -2 est égale à 6.
$\text{-}2-6 = \text{-}8$ et $\text{-}2+6 = 4$ Donc S = { - 8 ; 4 }

b) $|\,x-\dfrac{3}{4}\,| \leq \dfrac{1}{6} \;\Leftrightarrow\; |\,x-a\,| \leq r$ avec $a = \dfrac{3}{4}$ et $r = \dfrac{1}{6}$
La distance entre x et $\dfrac{3}{4}$ doit être inférieure ou égale à $\dfrac{1}{6}$.
$\dfrac{3}{4}-\dfrac{1}{6} = \dfrac{9}{12}-\dfrac{2}{12} = \dfrac{7}{12}$ et $\dfrac{3}{4}+\dfrac{1}{6} = \dfrac{9}{12}+\dfrac{2}{12} = \dfrac{11}{12}$ Donc S = $[\,\dfrac{7}{12}\,;\,\dfrac{11}{12}\,]$

<u>Exercice 2</u> : Calculer.

a) A = $|\,\text{-}5+3\,| - |\,11-19\,|$ b) B = $|\,6-2\pi\,|$

c) La longueur AB lorsque A est le point d'abscisse $\text{-}3,2$ et B est celui d'abscisse $5,8$

d) L'encadrement décimal de $\dfrac{5}{7}$ à $10^{\text{-}3}$ près (après avoir posé la division décimale de 5 par 7)

a) A = $|\,\text{-}5+3\,| - |\,11-19\,| = |\,\text{-}2\,| - |\,\text{-}8\,| = 2-8 = \text{-}6$

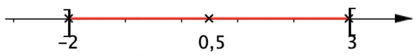
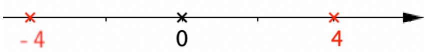
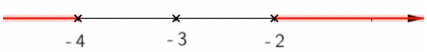
b) $6-2\pi \approx 6-2\times 3,14 \approx 6-6,28 \approx \text{-}0,28 < 0$
Donc B = $|\,6-2\pi\,| = \text{-}(6-2\pi) = \text{-}6+2\pi$

c) AB = $|\,x_B - x_A\,| = |\,5,8-(\text{-}3,2)\,| = |\,5,8+3,2\,| = |9| = 9$

d) La division de 5 par 7 est posée ci-contre.
$5 \div 7 \approx 0,714285$
On en déduit $0,714 \leq \dfrac{5}{7} < 0,715 \;\Leftrightarrow\; \dfrac{714}{10^3} \leq \dfrac{5}{7} < \dfrac{715}{10^3}$

```
5       | 7
50      | 0,714285
 10
  30
   20
    60
     40
      5
```

<u>Exercice 3</u> : Compléter.

Appartenance de x à un ensemble / intervalle	**Définition de x : (in)égalités(s)**	**Représentation graphique**	**Interprétation en terme de distance**	**Inégalité sur une valeur absolue**
$x \in\,]\text{-}2\,;3[$	$\text{-}2 < x < 3$		La distance de x à 0,5 est inférieure à 2,5	$\lvert x-0,5\rvert < 2,5$
$x \in [5\,;11]$	$5 \leq x \leq 11$		La distance de x à 8 est inférieure ou égale à 3	$\lvert\,x-8\,\rvert \leq 3$
$x \in \{\text{-}4\,;4\}$	$x = \text{-}4$ ou $x = 4$		La distance de x à 0 est égale à 4	$\lvert\,x\,\rvert = 4$
$x \in [\text{-}\infty\,;\text{-}4[\cup]\text{-}2\,;+\infty[$	$x < \text{-}4$ ou $x > \text{-}2$		La distance de x à -3 est supérieure à 1	$\lvert\,x+3\,\rvert > 1$

Exercice 4 : Fréquence cardiaque maximale.

Lors d'une activité physique, il est recommandé de surveiller son rythme cardiaque.
La Fréquence Cardiaque Maximale (FCM) recommandée par les médecins est obtenue en retranchant de 208 les trois quarts de son âge, exprimé en années.
La FCM obtenue s'exprime en battement par minutes.

1. a) Déterminer la formule de calcul de la FCM, notée f, en fonction de l'âge a d'une personne en années.

Pour déterminer la Fréquence Cardiaque Maximale (FCM) f d'une personne on retranche de 208 les trois quarts de son âge a. On en déduit la formule $f = 208 - \frac{3}{4}a$

b) Déterminer la FCM recommandée pour un adolescent de 16 ans.

Si $a = 16$ on a :
$f = 208 - \frac{3}{4} \times 16 = 208 - 3 \times 4 = 208 - 12 = 196$
Ainsi, la fréquence cardiaque maximale recommandée à un jeune de 16 ans est de 196 battements par minutes.

2. Un sportif sait que sa FCM est inférieure à 172 battements par minute. Déterminer son âge.

On résout $f < 172$

$$208 - \frac{3}{4}a < 172$$
$$208 - 172 < \frac{3}{4}a$$
$$\frac{3}{4}a > 36$$
$$a > 36 \times \frac{4}{3}$$
$$a > 12 \times 4$$
$$a > 48$$

Ainsi, un sportif dont la FCM est inférieure à 172 battements par minutes a plus de 48 ans.