Nom : *Classe* : 2nde 2 et 5	**Devoir surveillé n°4** le 14/02/2019	*Note* : … / 20

Je sais :	**Evaluation des capacités** Non — Oui
Réussir convenablement des exercices déjà travaillés en classe.	
Compléter un tableau d'effectifs.	
Calculer des probabilités et savoir définir à quels évènements elles correspondent.	
Modéliser une situation à l'aide d'un arbre / Résoudre un problème de dénombrement.	
Justifier le sens de variation d'une fonction affine.	
Résoudre un système et interpréter les résultats obtenus.	
Identifier la fonction associée à une droite tracée dans un repère.	
Tracer la représentation graphique d'une fonction affine.	
Compléter des lignes de programme en Python.	
Déterminer l'affichage obtenu en fin d'exécution d'un programme en Python.	

Cours / Exercices contrôlés : **… / 10**

1. A l'aide d'un tableur on a simulé 100 fois le lancer d'un dé dodécaédrique régulier et bien équilibré.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
1	**Simulation**		**Faces**	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	3		**Effectifs**	5	11	8	13	6	10	8	13	12	6	4	4
3	4		**Fréquence**												
4	3														
5	2														
6	10														

a) Quelle formule a-t-on saisi en A2 puis étiré jusqu'en A101 pour simuler 100 lancers de dés ?

b) Parmi les formules ci-dessous, laquelle a-t-on saisi en D2 et recopiée vers la droite jusqu'en O2 ?

=NB.SI(A2:A101;1)	=NB.SI(A2:A101;D1)	=NB.SI(A\$2:A\$101;D1)	=NB.SI(\$A2:\$A101;D1)

c) Quelle formule, destinée à être recopiée vers la droite doit-on saisir en D3 ?

d) Compléter la feuille de calcul avec les fréquences calculées lors de cette simulation.

e) Quelle est la probabilité d'apparition de chaque face ? Donner la valeur exacte puis arrondir à 10^{-3} près.

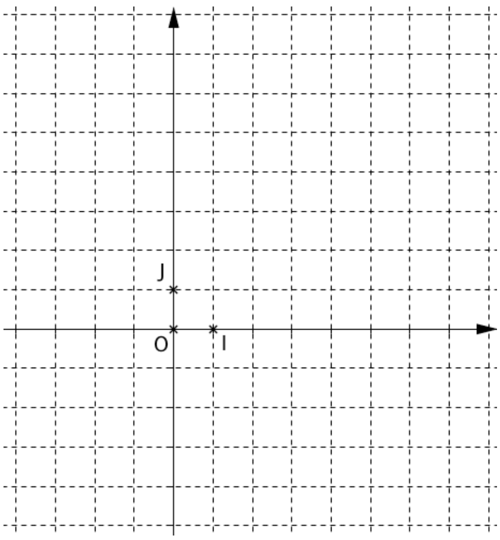
2. Deux événements E et F sont tels que : $p(E) = 0{,}35$ $p(\bar{F}) = 0{,}4$ et $p(E \cap F) = 0{,}1$.
Calculer les probabilités de F et de $E \cup F$.

3. f est la fonction définie sur $I = [-3\,;\,3]$ par $f(x) = -x^2 + 4x + 1$.

a) Utiliser la calculatrice pour compléter un tableau de valeurs sur I avec un pas de 1.

b) La fonction f est-elle croissante sur I ? Justifier.

4. Construire ci-dessous la représentation graphique de la fonction définie par $f(x) = -2x + 5$.



5. Dresser le tableau des signes de la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -4x + 5$.
   Rappel : Vous justifierez le tableau de signes par la résolution d'une équation et d'une inéquation.

6. Calculer une équation de la droite passant par les points $D(-2\ ;-1)$ et $E(4\ ;2)$.

7. Les points $A(1\ ;3)$, $B(2\ ;9)$ et $C(4\ ;10)$ sont ils alignés ? Justifier.

Exercice 2 : L'intelligence des rats **… / 5**

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A :

Un laboratoire réalise une expérience sur 100 rats, les uns dressés, les autres sauvages.

- 40 % des rats sont sauvages ;
- 35 % des rats peuvent allumer une lumière ;
- 60 % des rats dressés attrapent le fromage ;
- 10 % des rats sauvages peuvent ouvrir une trappe ;
- le nombre de rats sauvages capables d'allumer une lumière est égal à la moitié du nombre de rats dressés qui peuvent attraper un morceau de fromage.
- Chaque rat ne réalise que l'une ou l'autre des trois capacités (attraper le fromage, ouvrir la trappe ou allumer la lumière).

1. Compléter le tableau d'effectifs suivant :

Rat	Attrape le fromage	Ouvre une trappe	Allume une lumière	Total
Dressé				
Sauvage				
Total				

2. On choisit au hasard un rat parmi les 100. On considère les évènements suivants :
   - A : « Le rat est capable d'attraper le fromage » ;
   - B : « Le rat est dressé ».

   a) Calculer les probabilités $p(A)$ et $p(B)$.

   b) Définir par une phrase l'évènement $A\cap B$ puis calculer $p(A\cap B)$.

   c) Définir par une phrase l'évènement $A\cup B$ puis calculer $p(A\cup B)$.

   d) Définir par une phrase l'évènement $\overline{A\cup B}$ puis calculer $p(\overline{A\cup B})$.

Partie B : Un problème de dénombrement. **Bonus : … / 2**

Au lycée, Arthur doit choisir un code à 4 lettres pour fermer son casier. Comme il adore les rats, il voudrait utiliser un code en utilisant les lettres R, A, T et S sans répétition. Il se demande combien de combinaisons de 4 lettres sont possibles.

1. Déterminer ce nombre de combinaisons à l'aide d'un arbre.
2. Parmi tous ces codes possibles, Arthur en choisit un au hasard. Déterminer, à l'aide de l'arbre, la probabilité qu'il choisisse un code dans lequel les trois consonnes se suivent.

Exercice 3 : L'offre et la demande. **… / 5**

Un constructeur automobile fabrique un nouveau modèle de voitures électriques. Le prix de vente $f(x)$ en euros d'un véhicule dépend du nombre de véhicules susceptibles d'être vendus par mois. Cette fonction s'appelle la fonction d'offre ; elle est définie par $f(x) = 0,5x + 6000$.
Le prix d'achat d'un véhicule dépend du nombre de véhicules susceptibles d'être achetés par mois. Cette fonction s'appelle la fonction de demande ; elle est définie par $g(x) = -0,375x + 13000$.

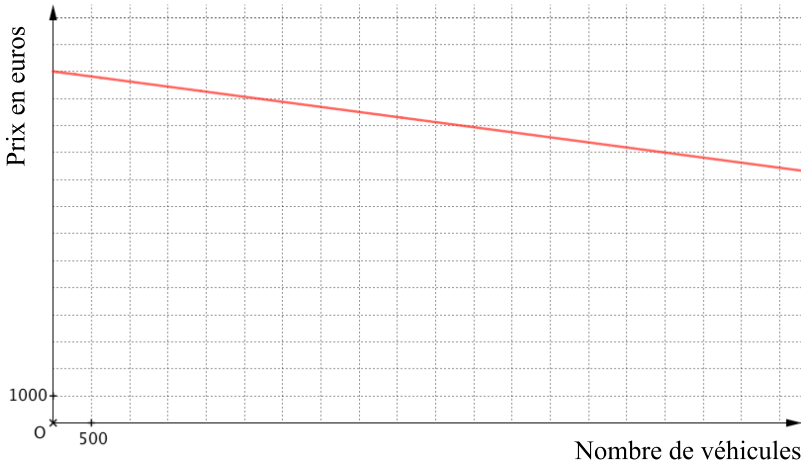
1. Quel est le sens de variation de la fonction d'offre ? Quel est celui de la fonction demande ? Justifier.
2. On appelle le prix d'équilibre le prix pour lequel l'offre est égale à la demande.

   a) Résoudre le système $\begin{cases} y = 0,5x + 6000 \\ y = -0,375x + 13000 \end{cases}$

   b) Interpréter le couple de solutions $(x\ ;\ y)$ du système précédent.
3. On note $\mathscr{D}f$ et $\mathscr{D}g$ les représentations graphiques des fonctions affines f et g définies précédemment.

   a) De laquelle des deux fonctions, f et g, voit-on la représentation graphique ci-dessous ? Justifier.

   b) Construire l'autre représentation graphique.



4. Le constructeur automobile souhaite pouvoir utiliser un programme informatique afin de comparer l'offre et la demande selon le nombre de véhicules qu'il est susceptible de construire chaque mois. Il confie à l'un de ses ingénieurs le soin de concevoir ce programme mais ce dernier est farceur et lui fournit un programme en Python incomplet.

```
1  def f(x):
2      offre = 0.5*x+6000
3      return(.........)
4
5  def g(x):
6      demande = ..........................
7      return(demande)
8
9  x=int(input("Quel nombre de voitures pouvez-vous construire ?"))
10
11 if f(x)=g(x):
12     print("Dans ce cas, vous atteindrez le prix ............. : ", f(x))
13 else :
14     if f(x)-g(x) > 0 :
15         print("Dans ce cas, l offre est .............. a la demande")
16     else:
17         print("Dans ce cas, la demande est ........................")
```

a) Compléter les lignes de code 3, 6, 12, 15 et 17 du programme en Python.

b) Quel est le message affiché lorsque le constructeur peut construire 10 000 voitures par mois ? Justifier.

Correction du DS n°4

Cours / Exercices contrôlés : Se référer à la correction des exercices du cours :

- n° 2 et n° 4 du chapitre #5 – *Simulations et Probabilités*
- n° 9 du chapitre #4 – *Variations d'une fonction*
- n° 3 BIS, n° 8, n°11 et n°15 du chapitre #6 – *Problèmes du 1er degré / Droites*

Exercice 2 : L'intelligence des rats

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A :

Un laboratoire réalise une expérience sur 100 rats, les uns dressés, les autres sauvages.

- 40 % des rats sont sauvages ;
- 35 % des rats peuvent allumer une lumière ;
- 60 % des rats dressés attrapent le fromage ;
- 10 % des rats sauvages peuvent ouvrir une trappe ;
- le nombre de rats sauvages capables d'allumer une lumière est égal à la moitié du nombre de rats dressés qui peuvent attraper un morceau de fromage.
- Chaque rat ne réalise que l'une ou l'autre des trois capacités (attraper le fromage, ouvrir la trappe ou allumer la lumière).

1. Compléter le tableau d'effectifs suivant :

Rat	Attrape le fromage	Ouvre une trappe	Allume une lumière	Total
Dressé	36	7	17	60
Sauvage	18	4	18	40
Total	54	11	35	100

2. On choisit au hasard un rat parmi les 100. On considère les évènements suivants :
   - A : « Le rat est capable d'attraper le fromage » ;
   - B : « Le rat est dressé ».

   a) Calculer les probabilités $p(A)$ et $p(B)$.

Au total, 54 rats parmi les 100 du laboratoires sont capables d'attraper le fromage.
Donc $p(A) = \frac{54}{100} = 0,54$

Au total, 60 rats parmi les 100 du laboratoires sont dressés.
Donc $p(B) = \frac{60}{100} = 0,6$

   b) Définir par une phrase l'évènement $A \cap B$ puis calculer $p(A \cap B)$.

$A \cap B$ est l'évènement : « Le rat est dressé et capable d'attraper le fromage ».

Dans le tableau, 36 rats parmi les 100 du laboratoires sont capables d'attraper le fromage.
Donc $p(A \cap B) = \frac{36}{100} = 0,36$

   c) Définir par une phrase l'évènement $A \cup B$ puis calculer $p(A \cup B)$.

$A \cup B$ est l'évènement : « Le rat est dressé ou capable d'attraper le fromage ».

$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 0,54 + 0,6 - 0,36 = 0,78$

   d) Définir par une phrase l'évènement $\overline{A \cup B}$ puis calculer $p(\overline{A \cup B})$.

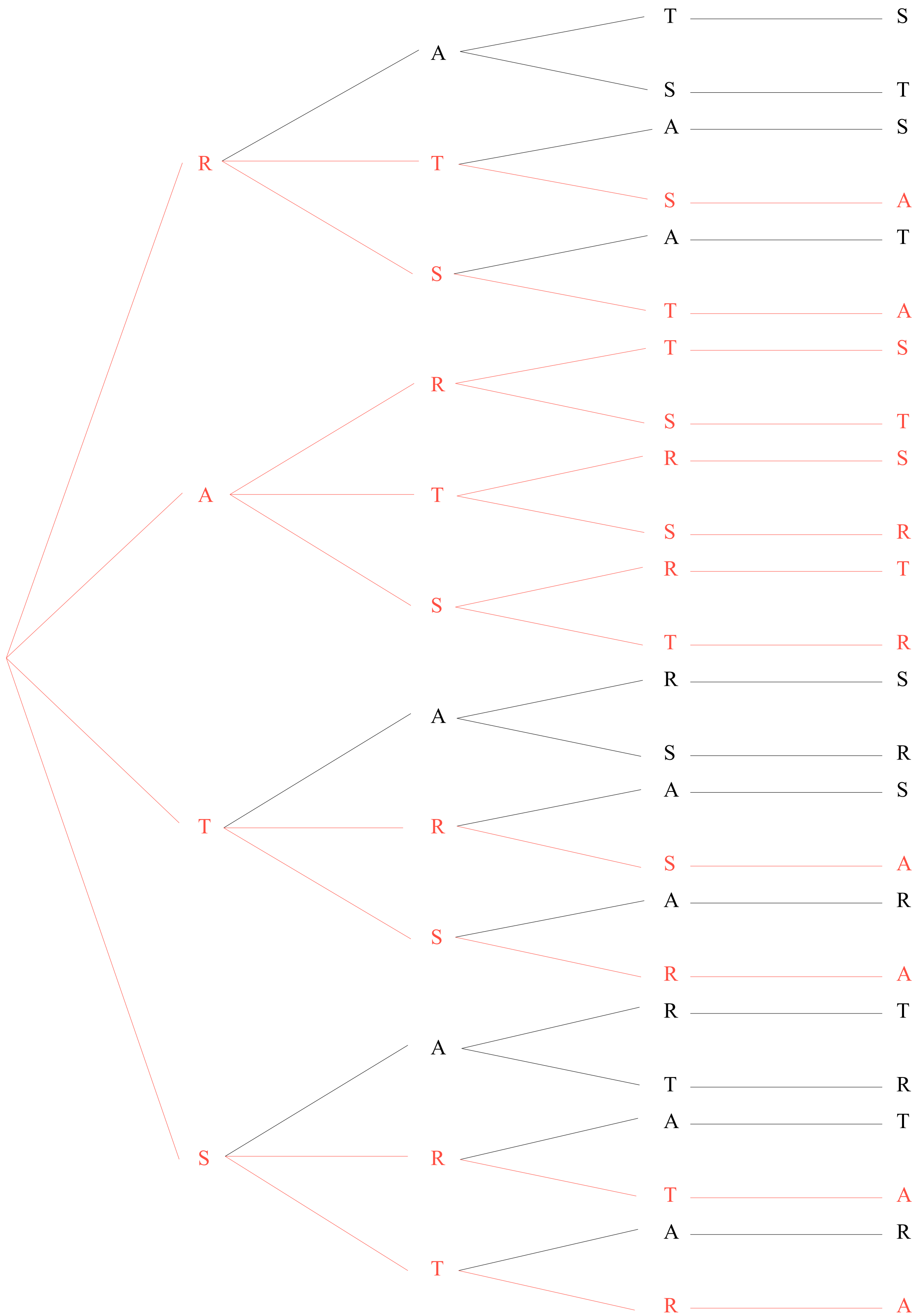
$\overline{A \cup B}$ est l'évènement : « Le rat n'est pas dressé et il n'est pas capable d'attraper le fromage ».

$p(\overline{A \cup B}) = 1 - p(A \cup B) = 1 - 0,78 = 0,22$

Partie B : Un problème de dénombrement.

Au lycée, Arthur doit choisir un code à 4 lettres pour fermer son casier.
Comme il adore les rats, il voudrait utiliser un code en utilisant les lettres R, A, T et S sans répétition.
Il se demande combien de combinaisons de 4 lettres sont possibles.

1. Déterminer ce nombre de combinaisons à l'aide d'un arbre.



Dans l'arbre, on compte au total 24 chemins. Il y a donc 24 combinaisons des 4 lettres R, A, T et S possibles.

2. Dans l'arbre, il y a 12 chemins (en rouge) parmi les 24 sur lesquels les lettres R, T et S se suivent.

Donc la probabilité qu'Arthur choisisse au hasard un code dans lequel les consonnes se suivent est $\frac{12}{24} = 0,5$.

Exercice 3 : L'offre et la demande.

Un constructeur automobile fabrique un nouveau modèle de voitures électriques.
Le prix de vente $f(x)$ en euros d'un véhicule dépend du nombre de véhicules susceptibles d'être vendus par mois. Cette fonction s'appelle la fonction d'offre ; elle est définie par $f(x) = 0,5x + 6000$.
Le prix d'achat d'un véhicule dépend du nombre de véhicules susceptibles d'être achetés par mois. Cette fonction s'appelle la fonction de demande ; elle est définie par $g(x) = -0,375x + 13000$.

1. Quel est le sens de variation de la fonction d'offre ? Quel est celui de la fonction demande ? Justifier.

La fonction offre est une fonction affine définie sur $[0 ; +\infty[$ par $f(x) = 0,5x + 6000$.
Or $0,5 > 0$ donc la fonction offre est croissante sur $[0 ; +\infty[$.

La fonction demande est une fonction affine définie sur $[0 ; +\infty[$ par $g(x) = -0,375x + 13000$.
Or $-0,375 < 0$ donc la fonction demande est décroissante sur $[0 ; +\infty[$.

2. On appelle le prix d'équilibre le prix pour lequel l'offre est égale à la demande.

a) Résoudre le système $\begin{cases} y = 0,5x + 6000 \\ y = -0,375x + 13000 \end{cases}$

(S) : $\begin{cases} y = 0,5x + 6000 \\ y = -0,375x + 13000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,5x + 6000 = -0,375x + 13000 \\ y = 0,5x + 6000 \end{cases}$

(S) $\Leftrightarrow \begin{cases} 0,5x + 0,375x = 13000 - 6000 \\ y = 0,5x + 6000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,875x = 7000 \\ y = 0,5x + 6000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7000}{0,875} \\ y = 0,5x + 6000 \end{cases}$

(S) $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 8000 \\ y = 0,5 \times 8000 + 6000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8000 \\ y = 4000 + 6000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8000 \\ y = 10000 \end{cases}$

b) Interpréter le couple de solutions $(x ; y)$ du système précédent.

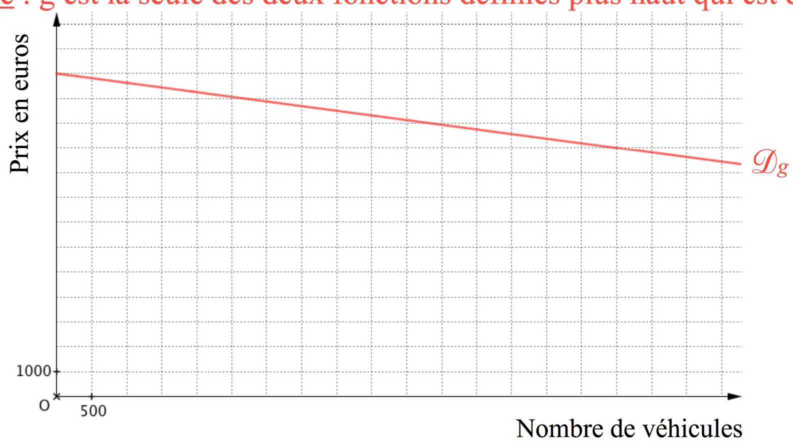
Le prix d'équilibre est le prix pour lequel l'offre est égale à la demande.
Or l'offre est définie par $f(x) = 0,5x + 6000$ tandis que la demande est définie par $g(x) = -0,375x + 13000$.
Dans le système précédent on a résolu $f(x) = g(x)$ et trouvé $x = 8000$.
Dans ce cas, on a : $f(8000) = g(8000) = y = 10000$
Ainsi, y représente le prix d'équilibre : 10000 € et x représente le nombre de véhicules qu'il faudrait vendre (8000) pour atteindre le prix d'équilibre.

3. On note $\mathscr{D}f$ et $\mathscr{D}g$ les représentations graphiques des fonctions affines f et g définies précédemment.

a) De laquelle des deux fonctions, f et g, voit-on la représentation graphique ci-dessous ? Justifier.

La représentation graphique déjà tracée ci-dessous (en rouge) passe par l'ordonnée à l'origine 13000.
On en déduit qu'il s'agit de $\mathscr{D}g$ que l'on associe à la fonction affine définie par $g(x) = -0,375x + 13000$.

Autre justification possible : g est la seule des deux fonctions définies plus haut qui est décroissante.



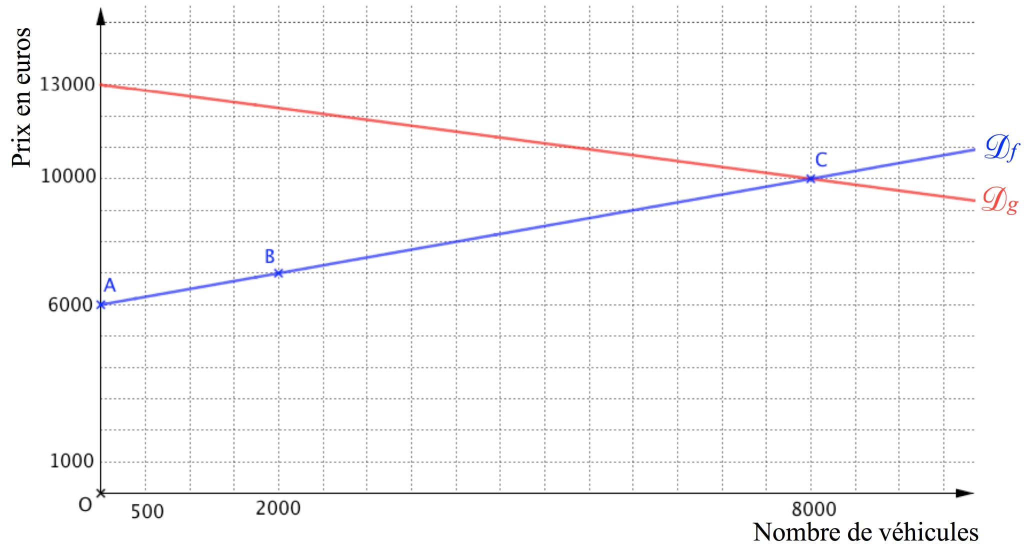
b) Construire l'autre représentation graphique.

Méthode 1 :

$f(0) = 6000$ et : $f(2000) = 0,5 \times 2000 + 6000 = 1000 + 6000 = 7000$

Pour tracer $\mathscr{D}f$ on trace la droite passant par A$(0\ ;\ 6000)$ et B$(2000\ ;\ 7000)$.

Méthode 2 : On peut également se servir du point d'intersection C$(8000\ ;\ 10000)$ déterminé à la question 2.



4. Le constructeur automobile souhaite pouvoir utiliser un programme informatique afin de comparer l'offre et la demande selon le nombre de véhicules qu'il est susceptible de construire chaque mois. Il confie à l'un de ses ingénieurs le soin de concevoir ce programme mais ce dernier est farceur et lui fournit un programme en Python incomplet.

```
1  def f(x):
2      offre = 0.5*x+6000
3      return(.........)
4
5  def g(x):
6      demande = ..........................
7      return(demande)
8
9  x=int(input("Quel nombre de voitures pouvez-vous construire ?"))
10
11 if f(x)=g(x):
12     print("Dans ce cas, vous atteindrez le prix ............. : ", f(x))
13 else :
14     if f(x)-g(x) > 0 :
15         print("Dans ce cas, l offre est .............. a la demande")
16     else:
17         print("Dans ce cas, la demande est .........................")
```

a) Compléter les lignes de code 3, 6, 12, 15 et 17 du programme en Python.

```
1  def f(x):
2      offre = 0.5*x+6000
3      return(offre)
4
5  def g(x):
6      demande = -0.375*x+13000
7      return(demande)
8
9  x=int(input("Quel nombre de voitures pouvez-vous construire ?"))
10
11 if f(x)=g(x):
12     print("Dans ce cas, vous atteindrez le prix d equilibre : ", f(x))
13 else :
14     if f(x)-g(x) > 0 :
15         print("Dans ce cas, l offre est superieure a la demande")
16     else:
17         print("Dans ce cas, la demande est superieure a l offre")
```

b) Quel est le message affiché lorsque le constructeur peut construire 10 000 voitures par mois ? Justifier.

Pour $x = 10000$ on a :

- offre $= f(10000) = 0,5 \times 10000 + 6000 = 5000 + 6000 = 11000$
- demande $= g(10000) = -0,375 \times 10000 + 13000 = -3750 + 13000 = 9250$

$f(10000) > g(10000)$ donc le message affiché est « *Dans ce cas, l'offre est supérieure à la demande* ».

Remarque : On peut aussi justifier cette réponse par une lecture graphique.