

Exercice 1 : QCM à réponse unique

... / 4

- Le nombre de manières de placer cinq manteaux différents sur un porte-manteau à cinq patères sans mettre un manteau sur un autre est :
a) 5^2 b) $5!$ c) 2^5 d) 5×2
- Dans une classe de 17 filles et 12 garçons, on souhaite élire deux délégués, l'un étant une fille et l'autre un garçon. Le nombre de couples possibles est :
a) 17×12 b) $17! \times 12!$ c) $\binom{29}{2}$ d) $17 + 12$
- Le nombre de manières de sélectionner trois personnes dans un groupe de cinq est :
a) 60 b) 125 c) 10 d) 243
- On tire, une à une, trois cartes dans un paquet de douze cartes. Le nombre de tirages différents est :
a) $\binom{12}{3}$ b) $\frac{12!}{9!}$ c) $\frac{12!}{3!}$ d) $\binom{3}{12}$

Exercice 2 : QCM à réponses multiples (une ou plusieurs bonnes réponses par question)

... / 4

- A quoi le nombre $\binom{12}{9}$ est-il égal ?
a) 4 b) $\binom{12}{3}$ c) 1 320 d) 220
- On dispose d'un lot de onze livres différents. De combien de manières peut-on en sélectionner quatre ou cinq dans ce lot ?
a) $\binom{11}{9}$ b) $\binom{12}{5}$ c) $\binom{11}{4} + \binom{11}{5}$ d) $\binom{11}{4} \times \binom{11}{5}$
- Parmi les réponses suivantes, lesquelles sont des permutations de l'ensemble $\{1; 2; 3; 4\}$?
a) (4; 3; 1; 2) b) (1; 2; 4) c) $\{1; 2; 4; 3\}$ d) (1; 3; 2; 4)
- Combien de nombres à quatre chiffres peut-on écrire en utilisant seulement les chiffres de 1 à 6, un chiffre ne pouvant pas être utilisé à deux reprises ?
a) 6^4 b) $\frac{6!}{2!}$ c) $\frac{6!}{4!}$ d) $\binom{6}{4}$

Exercice 3 :

... / 5

- Soient A et B deux ensembles finis tels que $\text{Card}(A) = 27$, $\text{Card}(B) = 15$ et $\text{Card}(A \cup B) = 35$. Les ensembles A et B sont-ils disjoints ? Justifier.
- Soient A et B deux ensembles finis disjoints tels que $\text{Card}(A) = 7$ et $\text{Card}(B) = 9$. Déterminer $\text{Card}(A \cup B)$ et $\text{Card}(A \times B)$?
- a) Quel est le cardinal de l'ensemble des parties de $E = \{1; 2; 3\}$
b) Enumérer ces parties.
- Soit $E = \{\pi; \sqrt{2}; 4\}$. Lister tous les éléments de E^2 .
- Déterminer quatre 3-uplets de $E = \{0; 1\}$. Combien en existe-t-il ?

Correction du DS n°4

Exercice 1 : QCM à réponse unique

1. Le nombre de manières de placer cinq manteaux différents sur un porte-manteau à cinq patères sans mettre un manteau sur un autre est : Réponse b) 5 !
2. Dans une classe de 17 filles et 12 garçons, on souhaite élire deux délégués, l'un étant une fille et l'autre un garçon. Le nombre de couples possibles est : Réponse a) 17×12
3. Le nombre de manières de sélectionner trois personnes dans un groupe de cinq est : Réponse c) 10
4. On tire, une à une, trois cartes dans un paquet de douze cartes. Le nombre de tirages différents est : b) $\frac{12!}{9!}$

Exercice 2 : QCM à réponses multiples (une ou plusieurs bonnes réponses par question)

1. A quoi le nombre $\binom{12}{9}$ est-il égal ? Réponses b) $\binom{12}{3}$ et d) 220
2. On dispose d'un lot de onze livres différents. De combien de manières peut-on en sélectionner quatre ou cinq dans ce lot ? Réponses b) $\binom{12}{5}$ et c) $\binom{11}{4} + \binom{11}{5}$
3. Parmi les réponses suivantes, lesquelles sont des permutations de l'ensemble $\{1; 2; 3; 4\}$? Réponses a) (4; 3; 1; 2) et d) (1; 3; 2; 4)
4. Combien de nombres à quatre chiffres peut-on écrire en utilisant seulement les chiffres de 1 à 6, un chiffre ne pouvant pas être utilisé à deux reprises ? Réponse b) $\frac{6!}{2!}$

Exercice 3 :

1. Soient A et B deux ensembles finis tels que $\text{Card}(A) = 27$, $\text{Card}(B) = 15$ et $\text{Card}(A \cup B) = 35$. Les ensembles A et B sont-ils disjoints ? Justifier.

Deux ensembles A et B sont disjoints si et seulement si leur intersection est vide.

$$\text{Card}(A \cup B) = \text{Card}(A) + \text{Card}(B) - \text{Card}(A \cap B)$$

$$\text{Donc } \text{Card}(A \cap B) = \text{Card}(A) + \text{Card}(B) - \text{Card}(A \cup B) = 27 + 15 - 35 = 7 \neq 0$$

Ainsi A et B ne sont pas disjoints.

2. Soient A et B deux ensembles finis disjoints tels que $\text{Card}(A) = 7$ et $\text{Card}(B) = 9$. Déterminer $\text{Card}(A \cup B)$ et $\text{Card}(A \times B)$?

A et B sont disjoints donc $\text{Card}(A \cap B) = 0$

$$\text{On en déduit : } \text{Card}(A \cup B) = \text{Card}(A) + \text{Card}(B) = 7 + 9 = 16$$

$$\text{De plus, A et B étant finis, on a : } \text{Card}(A \times B) = \text{Card}(A) \times \text{Card}(B) = 7 \times 9 = 63$$

3. a) Quel est le cardinal de l'ensemble des parties de $E = \{1; 2; 3\}$

$$\text{Card}(E) = 3$$

$$\text{On en déduit que le cardinal de l'ensemble des parties de E est } 2^3 = 8$$

b) Enumérer ces parties.

Les 8 parties (ou sous-ensembles) de E sont :

$$\emptyset; \{1\}; \{2\}; \{3\}; \{1; 2\}; \{1; 3\}; \{2; 3\} \text{ et } E = \{1; 2; 3\}$$

4. Soit $E = \{\pi; \sqrt{2}; 4\}$. Lister tous les éléments de E^2 .

$\text{Card}(E) = 3$. Les éléments de E^2 sont les $3^2 = 9$ couples d'éléments de E :

$$(\pi; \pi); (\pi; \sqrt{2}); (\pi; 4); (\sqrt{2}; \pi); (\sqrt{2}; \sqrt{2}); (\sqrt{2}; 4); (4; \pi); (4; \sqrt{2}) \text{ et } (4; 4)$$

5. Déterminer quatre 3-uplets de $E = \{0; 1\}$. Combien en existe-t-il ?

$E = \{0; 1\}$. $\text{Card}(E) = 2$. On en déduit que le nombre de triplets de E est $2^3 = 8$.

Parmi eux on trouve, par exemple : (0; 0; 0); (1; 0; 0); (0; 1; 0) et (0; 0; 1).