Nom : **DS n°4** *Note* :

Classe : 1ère Spé maths G1 — Probabilités et produit scalaire — … / 20

le 30/01/2020

Je sais :	**Evaluation des capacités** Non — Oui
Les définitions, les propriétés et les différents autres éléments du cours	
Refaire des exercices corrigés en classe (Exercices contrôlés).	
Calculer une longueur / une mesure d'angle.	
Calculer des probabilités par lecture des données présentées dans un tableau à double entrée.	
Traduire les données d'un énoncé en termes de probabilités.	
Représenter une situation à l'aide d'un arbre pondéré.	
Calculer des probabilités.	
Justifier si des événements sont indépendants ou non.	

Cours : Compléter les définitions, les propriétés et autres éléments du cours sur le produit scalaire. **… / 4**

1. Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs et A, B et C trois points tels que $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ et $\overrightarrow{AC} = \vec{v}$.
   Le produit scalaire des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est le ……… noté $\vec{u}.\vec{v}$ défini par :
   - Si $\vec{u} \neq \vec{0}$ et $\vec{v} \neq \vec{0}$ alors : $\vec{u}.\vec{v}$ = ……………………………………
   - Sinon $\vec{u}.\vec{v}$ = …

2. Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls et colinéaires.
   - Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont de même sens alors : $\vec{u}.\vec{v}$ = ……………………………………
   - Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont de sens contraire alors : $\vec{u}.\vec{v}$ = ……………………………………

3. a) Soient A, B et C trois points distincts du plan.
   Le projeté orthogonal de C sur la droite (AB) est le point H de … tel que ………………………………
   ………

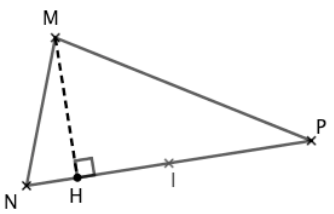
   b) Faire une figure pour illustrer cette définition.

   c) Si H est le projeté orthogonal de C sur (AB) alors $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ = …………

4. Deux vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux si et seulement si ………

Exercices contrôlés : **… / 4**

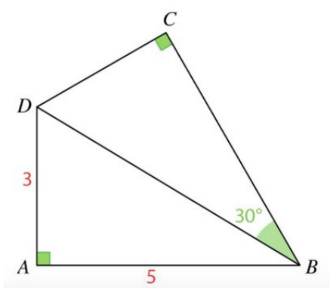
1. MNP est un triangle tel que NP = 6. I est le milieu de [NP] et H est le projeté orthogonal de M sur (NP). H appartient à [NI] et IH = 2.



Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{NP} \cdot \overrightarrow{PM}$

………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………

2. A l'aide des données de la figure ci-dessous, calculer les produits scalaires suivants :



(Exercice à traiter sur la copie double et non directement sur le sujet)

a) $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CD}$

b) $\overrightarrow{BD}^2$

c) $\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{AD}$

d) $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{BC}$

Exercice 2 : **… / 4**

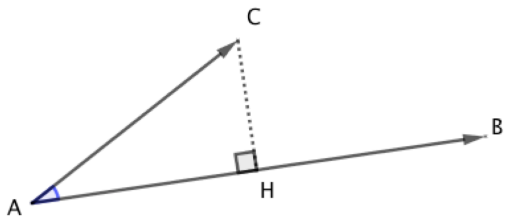
Toutes les questions de cet exercice sont indépendantes les unes des autres.

1. ABC est un triangle tel que $AB = 3$, $\widehat{BAC} = \dfrac{\pi}{4}$ et $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 6\sqrt{2}$. Calculer AC.
2. DEF est un triangle tel que $DE = 5$, $DF = 3$ et $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{DF} = 7,5$. Calculer $\widehat{EDF}$ en radians.
3. Dans la figure ci-dessous, H est le projeté orthogonal de C sur (AB).

   On donne $AC = \dfrac{8\sqrt{3}}{3}$, $AB = 7$ et $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 28$

   a) Calculer AH.

   b) En déduire une mesure de $\widehat{BAC}$ en radians.



Exercice 3 : **… / 3**

En 2018, une étude marketing est réalisée sur un échantillon représentatif de la population française composé de 1 500 individus. La première question posée est : « Connaissez-vous le commerce équitable ? ».
Le tableau ci-dessous donne la répartition des réponses par âge.

	Moins de 25 ans	25-39 ans	40-59 ans	60 ans et plus	Total
Oui	156	171	150	48	525
Non	258	297	273	147	975
Total	414	468	423	195	1 500

On interroge une personne au hasard.

1. Quelle est la probabilité que cette personne connaisse le commerce équitable ?
2. On sait que cette personne a moins de 25 ans. Quelle est la probabilité qu'elle connaisse le commerce équitable ? Arrondir à 10^{-2} près.
3. On sait que cette personne connait le commerce équitable. Quelle est la probabilité qu'elle ait moins de 40 ans ? Arrondir à 10^{-2} près.

Exercice 4 : **… / 5**

Dans un conservatoire de musique des élèves se présentent à l'examen instrumental final. 50 % d'entre eux disposent d'une console de jeux vidéo. Lors de l'examen instrumental final, certains élèves souffrent d'une tendinite les empêchant d'exécuter au mieux leur morceau d'étude. Il s'agit de 10 % des élèves ne disposant pas d'une console de jeux et de 40 % des élèves disposant d'une console de jeux.
On choisit au hasard un candidat se présentant à l'examen et on considères les événements suivants :

- C : « Le candidat dispose d'une console de jeux »
- T : « Le candidat souffre d'une tendinite »

1. a) Traduire les données de l'énoncé en termes de probabilités.

   b) Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité que le candidat dispose d'une console de jeux vidéo et soit atteint de tendinite le jour de l'examen final.
3. Prouver que $P(T) = 0,25$.
4. On choisit au hasard un candidat qui souffre de tendinite. Quelle est la probabilité qu'il dispose d'une console de jeux ?
5. Les événements C et T sont ils indépendants ? Justifier.

Correction du DS n°4

Cours : Revoir le chapitre #5 pour la correction.

Exercices contrôlés : Voir la correction de l'exercice 1 du cours et du n°5 p 226 du livre.

Exercice 2 :

Toutes les questions de cet exercice sont indépendantes les unes des autres.

1. ABC est un triangle tel que AB = 3, $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{4}$ et $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 6\sqrt{2}$. Calculer AC.

On sait que : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \| \overrightarrow{AB} \| \times \| \overrightarrow{AC} \| \times \cos \widehat{BAC}$

On en déduit : $6\sqrt{2} = 3 \times AC \times \cos \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow 6\sqrt{2} = 3 \times AC \times \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow 6\sqrt{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2} AC$

Donc : $AC = \frac{6\sqrt{2}}{\frac{3\sqrt{2}}{2}} = 6\sqrt{2} \times \frac{2}{3\sqrt{2}} = \frac{12}{3} = 4$

2. DEF est un triangle tel que DE = 5, DF = 3 et $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{DF} = 7,5$. Calculer $\widehat{EDF}$ en radians.

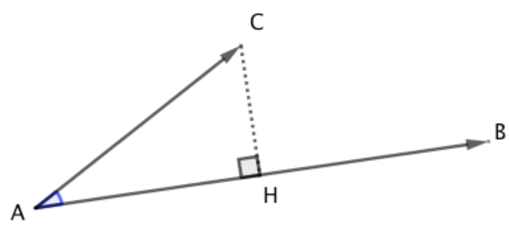
On sait que : $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{DF} = \| \overrightarrow{DE} \| \times \| \overrightarrow{DF} \| \times \cos \widehat{EDF}$

On en déduit : $7,5 = 5 \times 3 \times \cos \widehat{EDF} \Leftrightarrow 7,5 = 15 \cos \widehat{EDF} \Leftrightarrow \cos \widehat{EDF} = \frac{7,5}{15} = \frac{1}{2}$

En utilisant la calculatrice (taper SHIFT puis COS puis $\frac{1}{2}$), ou en se souvenant que $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$, on obtient : $\widehat{EDF} = \frac{\pi}{3}$

3. Dans la figure ci-dessous, H est le projeté orthogonal de C sur (AB).

On donne $AC = \frac{8\sqrt{3}}{3}$, AB = 7 et $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 28$



a) Calculer AH.

H est le projeté orthogonal de C sur (AB) donc :
$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH}$

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AH}$ étant colinéaires et de même sens on en déduit : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AH$

Ainsi, on a : $28 = 7 \times AH \Leftrightarrow AH = \frac{28}{7} = 4$

b) En déduire une mesure de $\widehat{BAC}$ en radians.

$\cos \widehat{BAC} = \cos \widehat{HAC} = \frac{AH}{AC} = \frac{4}{\frac{8\sqrt{3}}{3}} = 4 \times \frac{3}{8\sqrt{3}} = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{2 \times 3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Or, on se souvient que : $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (ou on utilise la calculatrice : touches SHIFT puis COS puis $\frac{\sqrt{3}}{2}$)

On en déduit : $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{6}$

Exercice 3 :
En 2018, une étude marketing est réalisée sur un échantillon représentatif de la population française composé de 1 500 individus. La première question posée est : « Connaissez-vous le commerce équitable ? ».
Le tableau ci-dessous donne la répartition des réponses par âge.

	Moins de 25 ans	25-39 ans	40-59 ans	60 ans et plus	Total
Oui	156	171	150	48	525
Non	258	297	273	147	975
Total	414	468	423	195	1 500

On interroge une personne au hasard.

1. Quelle est la probabilité que cette personne connaisse le commerce équitable ?

Parmi les 1 500 personnes interrogées, 525 connaissent le commerce équitable.
Donc, la probabilité qu'une personne interrogée au hasard connaisse le commerce équitable est $\dfrac{525}{1\,500} = 0,35$

2. On sait que cette personne a moins de 25 ans. Quelle est la probabilité qu'elle connaisse le commerce équitable ? Arrondir à 10^{-2} près.

Parmi les 414 personnes interrogées qui ont moins de 25 ans, 156 connaissent le commerce équitable.
Ainsi, sachant que la personne interrogée au hasard à moins de 25 ans, la probabilité qu'elle connaisse le commerce équitable est $\dfrac{156}{414} \approx 0,38$.

3. On sait que cette personne connait le commerce équitable. Quelle est la probabilité qu'elle ait moins de 40 ans ? Arrondir à 10^{-2} près.

Parmi les 525 personnes interrogées qui connaissent le commerce équitable, 156 ont moins de 25 ans et 171 ont entre 25 et 39 ans.
Ainsi, sachant que la personne interrogée au hasard connait le commerce équitable, la probabilité qu'elle ait moins de 40 ans est $\dfrac{156+171}{525} \approx 0,62$.

Exercice 4 :

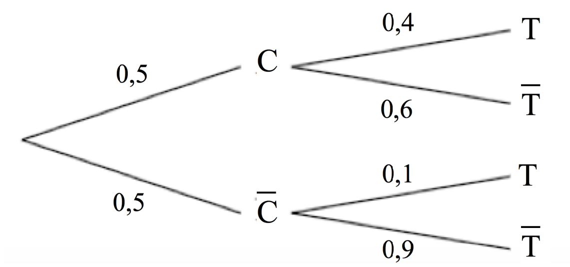
Dans un conservatoire de musique des élèves se présentent à l'examen instrumental final. 50 % d'entre eux disposent d'une console de jeux vidéo. Lors de l'examen instrumental final, certains élèves souffrent d'une tendinite les empêchant d'exécuter au mieux leur morceau d'étude. Il s'agit de 10 % des élèves ne disposant pas d'une console de jeux et de 40 % des élèves disposant d'une console de jeux.
On choisit au hasard un candidat se présentant à l'examen et on considères les événements suivants :

- C : « Le candidat dispose d'une console de jeux »
- T : « Le candidat souffre d'une tendinite »

1. a) Traduire les données de l'énoncé en termes de probabilités.

$P(C) = \frac{50}{100} = 0,5 \qquad P_{\overline{C}}(T) = \frac{10}{100} = 0,1 \qquad P_C(T) = \frac{40}{100} = 0,4$

b) Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.



2. Calculer la probabilité que le candidat dispose d'une console de jeux vidéo et soit atteint de tendinite le jour de l'examen final.

$P(C \cap T) = P(C) \times P_C(T) = 0,5 \times 0,4 = 0,2$
La probabilité que le candidat dispose d'une console et soit atteint de tendinite le jour de l'examen vaut $0,2$

3. Prouver que $P(T) = 0,25$.

$P(T) = P(C \cap T) + P(\bar{C} \cap T) = 0,2 + 0,5 \times 0,1 = 0,2 + 0,05 = 0,25$
La probabilité que le candidat ait une tendinite le jour de l'examen final vaut $0,25$.

4. On choisit au hasard un candidat qui souffre de tendinite. Quelle est la probabilité qu'il dispose d'une console de jeux ?

$P_T(C) = \frac{P(C \cap T)}{P(T)} = \frac{0,2}{0,25} = 0,8$
La probabilité qu'un candidat choisit au hasard dispose d'une console de jeux, sachant qu'il souffre d'une tendinite, est égale à $0,8$.

5. Les événements C et T sont ils indépendants ? Justifier.

On sait que : $P_T(C) = 0,8$ et : $P(C) = 0,5$
Donc : $P_T(C) \neq P(C)$
Ainsi, les évènements C et T ne sont pas indépendants.