Nom : *Classe* : T ES 2	**Devoir surveillé n°4** le 21/02/2020	*Note* : … / 20

	Evaluation des capacités
	Non → Oui
Compléter un arbre pondéré	
Calculer des probabilités	
Calculer des probabilités conditionnelles	
Justifier qu'une variable aléatoire suit une loi binomiale en précisant ses paramètres	
Calculer des probabilités dans le cadre d'une loi binomiale	
Calculer l'espérance mathématique d'une variable aléatoire et interpréter le résultat.	

Exercice 1 : … / 10

Une grande entreprise vient de clôturer sa campagne de recrutement qui s'est déroulée en deux temps :

- premier temps : étude du dossier présenté par le candidat
- deuxième temps : entretien en vue du recrutement.

Le processus de recrutement mis en œuvre par l'entreprise est le suivant :

- si le dossier est jugé de bonne qualité, alors le candidat est reçu en entretien par le directeur des ressources humaines.
- si le dossier n'est pas jugé de bonne qualité, alors le candidat subit des tests puis est reçu en entretien par le directeur des ressources humaines.

Dans les deux cas, à l'issue de l'entretien, le candidat est recruté ou ne l'est pas.

À l'issue de cette campagne de recrutement, l'entreprise publie les résultats suivants :

- 30 % des candidats avaient un dossier jugé de bonne qualité.
- 20 % des candidats n'ayant pas un dossier jugé de bonne qualité ont été recrutés.
- 38 % des candidats ont été recrutés.

1. On prend un candidat au hasard et on note :
   - D l'évènement « le candidat a un dossier jugé de bonne qualité »
   - R l'évènement « le candidat est recruté par l'entreprise ».

   a) Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré.

   b) Calculer la probabilité que le candidat n'ait pas un dossier de bonne qualité et ne soit pas recruté par l'entreprise.

   c) Montrer que la probabilité de l'évènement $D \cap R$ est égale à $0,24$.

   d) En déduire la probabilité qu'un candidat soit recruté sachant que son dossier est jugé de bonne qualité.

2. Dix personnes postulent pour un emploi dans l'entreprise. Les études de leurs candidatures sont faites indépendamment les unes des autres. On désigne par X la variable aléatoire donnant le nombre de personnes recrutées parmi les 10 personnes.

   a) Justifier que X suit une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,38$.

   b) Calculer la probabilité que trois des dix personnes soit recrutées. Arrondir à 10^{-2} près.

   c) Calculer la probabilité qu'au moins une des dix personnes soit recrutée. Arrondir à 10^{-3} près.

Exercice 2 : … / 10

Les parties A et B sont indépendantes. Les résultats seront, le cas échéant, arrondis au millième.

Partie A

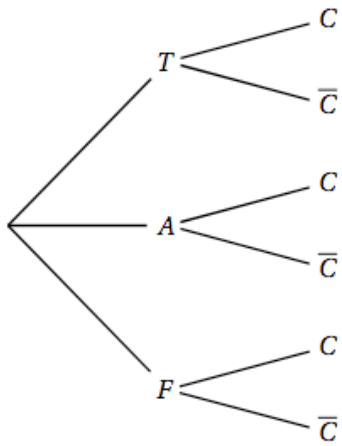
Victor a téléchargé un jeu sur son téléphone. Le but de ce jeu est d'affronter des obstacles à l'aide de personnages qui peuvent être de trois types : « Terre », « Air » ou « Feu ».
Au début de chaque partie, Victor obtient de façon aléatoire un personnage d'un des trois types et peut, en cours de partie, conserver ce personnage ou changer une seule fois de type de personnage. Le jeu a été programmé de telle sorte que :

- la probabilité que la partie débute avec un personnage de type « Terre » est $0,3$
- la probabilité que la partie débute avec un personnage de type « Air » est $0,5$
- si la partie débute avec un personnage de type « Terre», la probabilité que celui-ci soit conservé est $0,5$
- si la partie débute avec un personnage de type « Air », la probabilité que celui-ci soit conservé est $0,4$
- si la partie débute avec un personnage de type « Feu », la probabilité que celui-ci soit conservé est $0,9$

On note les évènements suivants :

- T : la partie débute avec un personnage de type « Terre »
- A : la partie débute avec un personnage de type « Air »
- F : la partie débute avec un personnage de type « Feu »
- C : Victor conserve le même personnage tout au long de la partie

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-dessous.



2. Calculer la probabilité que Victor obtienne et conserve un personnage de type « Air ».
3. Justifier que la probabilité que Victor conserve le personnage obtenu en début de partie est $0,53$.
4. On considère une partie au cours de laquelle Victor a conservé le personnage obtenu en début de partie. Quelle est la probabilité que ce soit un personnage de type « Air » ?

Partie B

On considère 10 parties jouées par Victor, prises indépendamment les unes des autres. On rappelle que la probabilité que Victor obtienne un personnage de type « Terre » est $0,3$. Y désigne la variable aléatoire qui compte le nombre de personnages de type « Terre » obtenus au début de ses 10 parties.

1. Justifier que cette situation peut être modélisée par une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. Calculer la probabilité que Victor ait obtenu exactement 5 personnages de type « Terre ».
3. Calculer la probabilité que Victor ait obtenu entre 3 et 7 personnages de type « Terre ».
4. Calculer E(Y). Interpréter le résultat.

Correction du DS n°4

Exercice 1 :

Une grande entreprise vient de clôturer sa campagne de recrutement qui s'est déroulée en deux temps :

- premier temps : étude du dossier présenté par le candidat
- deuxième temps : entretien en vue du recrutement.

Le processus de recrutement mis en œuvre par l'entreprise est le suivant :

- si le dossier est jugé de bonne qualité, alors le candidat est reçu en entretien par le directeur des ressources humaines.
- si le dossier n'est pas jugé de bonne qualité, alors le candidat subit des tests puis est reçu en entretien par le directeur des ressources humaines.

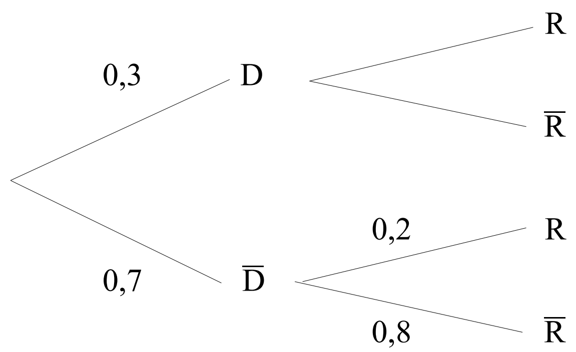
Dans les deux cas, à l'issue de l'entretien, le candidat est recruté ou ne l'est pas.

À l'issue de cette campagne de recrutement, l'entreprise publie les résultats suivants :

- 30 % des candidats avaient un dossier jugé de bonne qualité.
- 20 % des candidats n'ayant pas un dossier jugé de bonne qualité ont été recrutés.
- 38 % des candidats ont été recrutés.

1. On prend un candidat au hasard et on note :
   - D l'évènement « le candidat a un dossier jugé de bonne qualité »
   - R l'évènement « le candidat est recruté par l'entreprise ».

a)



b) $P(\overline{D} \cap \overline{R}) = P(\overline{D}) \times P_{\overline{D}}(\overline{R}) = 0,7 \times 0,8 = 0,56$

La probabilité que le candidat n'ait pas un dossier de bonne qualité et ne soit pas recruté est $0,56$.

c) On a, d'après la formule des probabilités totales :

$P(R) = P(D \cap R) + P(\overline{D} \cap R)$

Or, d'après l'énoncé : $P(R) = 0,38$

On en déduit : $0,38 = P(D \cap R) + 0,7 \times 0,2$

$0,38 = P(D \cap R) + 0,14$

$P(D \cap R) = 0,38 - 0,14 = 0,24$

d) $P_D(R) = \dfrac{P(D \cap R)}{P(D)} = \dfrac{0,24}{0,3} = 0,8$

La probabilité qu'un candidat soit recruté sachant que son dossier est jugé de bonne qualité est $0,8$.

2. Dix personnes postulent pour un emploi dans l'entreprise. Les études de leurs candidatures sont faites indépendamment les unes des autres. On désigne par X la variable aléatoire donnant le nombre de personnes recrutées parmi les 10 personnes.

a) Justifier que X suit une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,38$.

Postuler pour un emploi et être recruté ou non est une épreuve de Bernoulli car il n'y a que deux issues : R et $\overline{R}$. On note R : « La personne est recrutée ». On a $P(R) = 0,38$.
En répétant cette épreuve 10 fois dans des conditions d'indépendance on obtient un schéma de Bernoulli.
X est la variable aléatoire donnant le nombre de personnes recrutées parmi les 10.
X prend les valeurs entières de 0 à 10 donc X suit la loi binomiale $\mathscr{B}(10 ; 0,38)$.

b) Calculer la probabilité que trois des dix personnes soit recrutées. Arrondir à 10^{-2} près.

$P(X = 3) = \binom{10}{3} 0,38^3 \times 0,62^7 \approx 0,23$ La probabilité que trois des dix personnes soit recrutées est d'environ $0,23$.

c) Calculer la probabilité qu'au moins une des dix personnes soit recrutée. Arrondir à 10^{-3} près.

$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - \binom{10}{0} 0,38^0 \times 0,62^{10} \approx 0,992$ La probabilité qu'au moins une des dix personnes soit recrutée est d'environ $0,992$.

Exercice 2 :

Les parties A et B sont indépendantes. Les résultats seront, le cas échéant, arrondis au millième.

Partie A

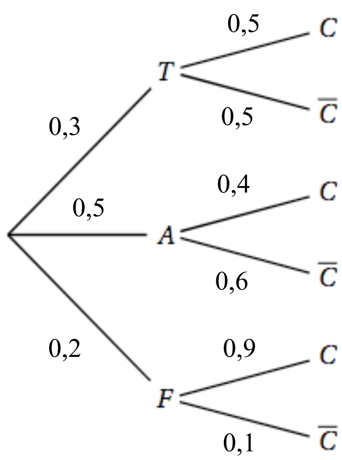
Victor a téléchargé un jeu sur son téléphone. Le but de ce jeu est d'affronter des obstacles à l'aide de personnages qui peuvent être de trois types : « Terre », « Air » ou « Feu ».
Au début de chaque partie, Victor obtient de façon aléatoire un personnage d'un des trois types et peut, en cours de partie, conserver ce personnage ou changer une seule fois de type de personnage. Le jeu a été programmé de telle sorte que :

- la probabilité que la partie débute avec un personnage de type « Terre » est $0,3$
- la probabilité que la partie débute avec un personnage de type « Air » est $0,5$
- si la partie débute avec un personnage de type « Terre», la probabilité que celui-ci soit conservé est $0,5$
- si la partie débute avec un personnage de type « Air », la probabilité que celui-ci soit conservé est $0,4$
- si la partie débute avec un personnage de type « Feu », la probabilité que celui-ci soit conservé est $0,9$

On note les évènements suivants :

- T : la partie débute avec un personnage de type « Terre »
- A : la partie débute avec un personnage de type « Air »
- F : la partie débute avec un personnage de type « Feu »
- C : Victor conserve le même personnage tout au long de la partie

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-dessous.



2. Calculer la probabilité que Victor obtienne et conserve un personnage de type « Air ».

$P(A \cap C) = P(A) \times P_A(C) = 0,5 \times 0,4 = 0,2$

3. Justifier que la probabilité que Victor conserve le personnage obtenu en début de partie est $0,53$.

D'après la formule des probabilités totales :
$P(C) = P(A \cap C) + P(T \cap C) + P(F \cap C)$
$P(C) = 0,2 + 0,3 \times 0,5 + 0,2 \times 0,9 = 0,2 + 0,15 + 0,18 = 0,53$

4. On considère une partie au cours de laquelle Victor a conservé le personnage obtenu en début de partie. Quelle est la probabilité que ce soit un personnage de type « Air » ?

$P_C(A) = \dfrac{P(A \cap C)}{P(C)} = \dfrac{0,2}{0,53} \approx 0,377$

Partie B

On considère 10 parties jouées par Victor, prises indépendamment les unes des autres. On rappelle que la probabilité que Victor obtienne un personnage de type « Terre » est $0,3$. Y désigne la variable aléatoire qui compte le nombre de personnages de type « Terre » obtenus au début de ses 10 parties.

1. Justifier que cette situation peut être modélisée par une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

Obtenir au hasard un personnage de type « Terre » ou non est une épreuve de Bernoulli car il n'y a que deux issues possibles : T et $\overline{T}$. On note T : « Victor obtient un personnage de type Terre ». On a $P(T) = 0,3$.
En répétant cette épreuve 10 fois dans des conditions d'indépendance on obtient un schéma de Bernoulli.
Y est la variable aléatoire donnant le nombre de personnages de type Terre obtenus sur les 10 parties.
Y prend les valeurs entières de 0 à 10 donc Y suit la loi binomiale $\mathscr{B}(10\,;0,3)$.

2. Calculer la probabilité que Victor ait obtenu exactement 5 personnages de type « Terre ».

$P(Y = 5) = \binom{10}{5} 0,3^4 \times 0,7^6 \approx 0,103$
La probabilité que Victor ait obtenu exactement 5 personnages de type « Terre » est d'environ $0,103$

3. Calculer la probabilité que Victor ait obtenu entre 3 et 7 personnages de type « Terre ».

$P(3 \leq Y \leq 7) = P(Y \leq 7) - P(Y \leq 2) \approx 0,616$
La probabilité que Victor ait obtenu entre 3 et 7 personnages de type « Terre » est d'environ $0,616$

4. Calculer E(Y). Interpréter le résultat.

$E(Y) = n \times p = 0,3 \times 10 = 3$
Si Victor répète un très grand nombre de fois des séries de 10 parties il peut espérer obtenir en moyenne 3 personnages de type Terre.