Nom :
Classe : 2^{nde} 5

DS n°4
le 22/01/2024

Note :
… / 20

Compétences évaluées :	Avis du professeur: Non maîtrisée → Bien maîtrisée
Connaitre le cours (vocabulaire, définitions, propriétés et remarques)	
S'approprier les exercices / les méthodes travaillé(e)s en classe.	
Compétences du livret scolaire :	
• (C1) Mener une recherche de façon autonome.	Non évaluée
• (C2) Modéliser, faire une simulation, valider ou invalider un modèle.	Non évaluée
• (C3) Représenter, choisir un cadre, changer de registre.	
• (C4) Calculer, appliquer des techniques, mettre en œuvre des algorithmes.	
• (C5) Raisonner, argumenter en exerçant un regard critique, démontrer.	
• (C6) Communiquer à l'écrit en utilisant un langage rigoureux et des outils pertinents.	
• (C7) Communiquer à l'oral en utilisant un langage rigoureux et des outils pertinents.	Non évaluée

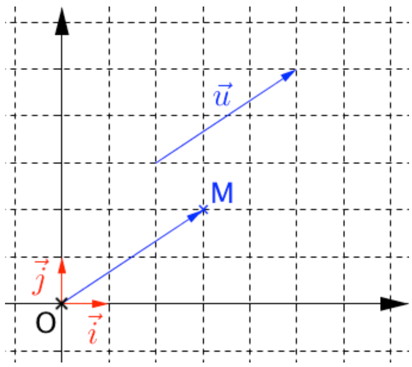
La calculatrice est interdite.

Contrôle de la connaissance du cours et du vocabulaire : **… / 5**

1. ABCD est un parallélogramme si et seulement si … est l'image de … par la …………… de vecteur …

2. Tout vecteur non nul est défini par trois caractéristiques :
sa ……………… , son ………… et sa longueur (aussi appelée sa ……………)

3. a) Dans la figure ci-dessous on dit que (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$) est un repère ……………



b) Sur cette figure, les coordonnées du vecteur $\vec{u}$ sont celles de l'unique point M (x_M ; y_M) tel que :

$$\vec{u} = \ldots$$

Dans ce cas le vecteur $\vec{u}$ s'exprime en fonction des vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$: …………………

4. Si $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x_{\overrightarrow{AB}} \\ y_{\overrightarrow{AB}} \end{pmatrix}$ alors $\| \overrightarrow{AB} \|$ = …………………

5. Quels que soient les points A, B et C du plan on a, d'après la relation de Chasles : …………………

6. Soient $A(x_A ; y_A)$ et $B(x_B ; y_B)$ deux points du plan. Le milieu I de [AB] a pour coordonnées :

x_I = ………………… et y_I = …………………

7. a) Deux vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement s'il existe un réel λ non nul tel que :

………

b) Si $\lambda < 0$ alors :

- $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont ……………………
- De plus, $\| \vec{v} \|$ = … $\| \vec{u} \|$

Nom :
Classe : 2nde 5

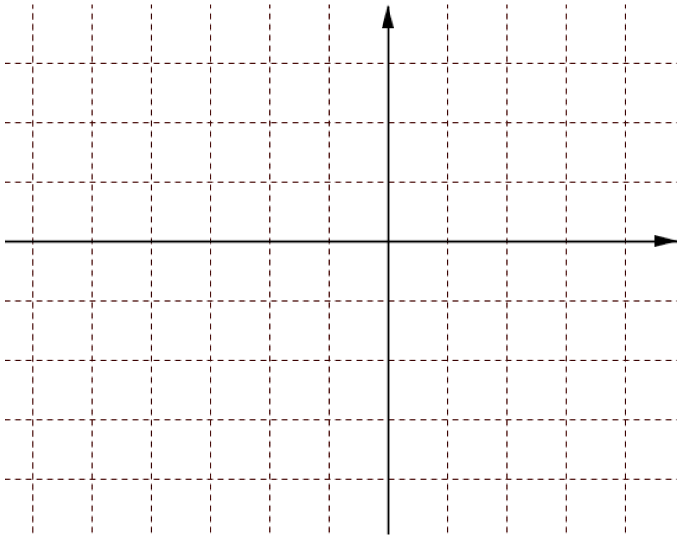
DS n°4
le 22/01/2024

Note :
… / 20

Exercice 1 (EC) : **… / 5**

1. On considère les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}5\\1\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}-3\\4\end{pmatrix}$.

   Les représenter dans un repère orthonormé $(\,O\,;\,\vec{i}\,,\,\vec{j}\,)$ en choisissant comme origine le point $A(-3\,;\,-2)$.



2. On considère les points $A(x_A\,;\,y_A)$ et $B(x_B\,;\,y_B)$.

   a) Quel est le rôle de la fonction Python suivante ?

```
def f(xA,yA,xB,yB):
    x=xB-xA
    y=yB-yA
    return(x,y)
```

   b) Que doit-on taper pour exécuter cette fonction avec $A(-10\,;\,11)$ et $B(3\,;\,-1)$.

   c) Quel résultat obtient-on ?

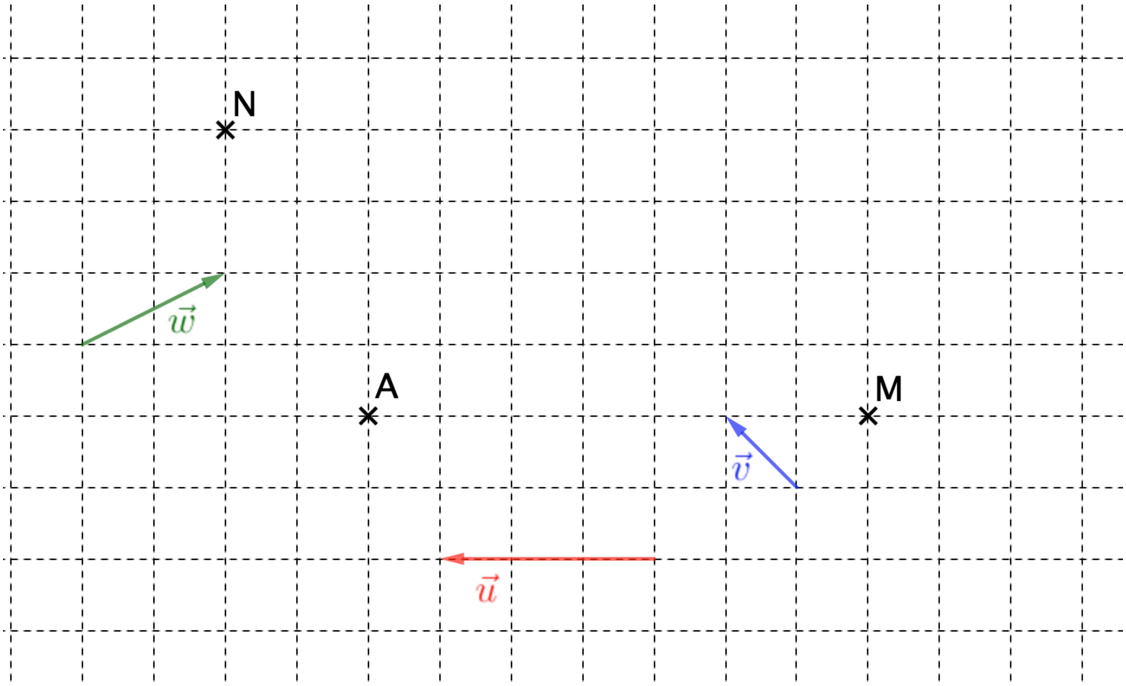
3. On considère les points $A(-3\,;1)$, $B(2\,;-3)$, $C(0\,;1)$ $M(-2\,;\,5)$ et $N(10\,;\,-7)$.

   Calculer les coordonnées du point P tel que $\overrightarrow{CP} = \overrightarrow{AM} - \overrightarrow{BN}$.

4. Les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\6\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-6\\-2\end{pmatrix}$ sont-ils colinéaires ?

Exercice 2 : **… / 4**

On considère trois points A, M et N et trois vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$.



Construire les points B, C, D et E définis ci-dessous :

$\overrightarrow{AB} = -\vec{u} + 4\vec{v}$ $\quad\quad$ $\overrightarrow{AC} = \dfrac{2}{3}\vec{u} - \vec{v}$ $\quad\quad$ $\overrightarrow{CD} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{NA} - 2\vec{u} + \dfrac{3}{2}\vec{w}$ $\quad\quad$ $\overrightarrow{EM} = -5\vec{v} + \dfrac{4}{3}\vec{u}$

Exercice 3 : **… / 4**

On considère le quadrilatère EFGH tel que :

$$E(-3\,;\,3),\ F(4\,;\,2),\ G(3\,;\,-5) \text{ et } H(-4\,;\,-4)$$

1. Démontrer que EFGH est un parallélogramme.
2. Démontrer que EFGH est plus précisément un carré.

Exercice 4 : **… / 2**

Soient A, B, C et M quatre points du plan. On définit le vecteur $\vec{u}$ par :

$$\vec{u} = 2\,\overrightarrow{MA} - 3\,\overrightarrow{MB} + 4\,\overrightarrow{MC}$$

Montrer à l'aide de la relation de Chasles que :

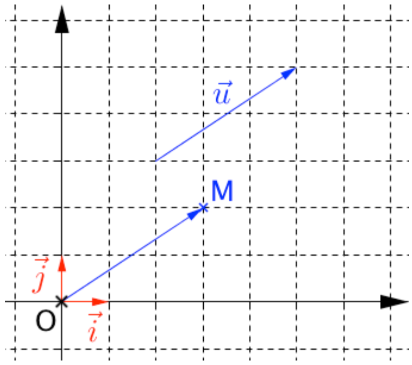
a) $\vec{u} = 3\,\overrightarrow{MA} + 3\,\overrightarrow{BA} + 4\,\overrightarrow{AC}$

b) $\vec{u} = 3\,\overrightarrow{MB} - 2\,\overrightarrow{AB} + 4\,\overrightarrow{BC}$

Correction du DS n°4

Contrôle de la connaissance du cours et du vocabulaire :

1. ABCD est un parallélogramme si et seulement si **C** est l'image de **D** par la **translation** de vecteur $\overrightarrow{\mathbf{AB}}$.
2. Tout vecteur non nul est défini par trois caractéristiques :
   sa **direction** , son **sens** et sa longueur (aussi appelée sa **norme**)
3. a) Dans la figure ci-dessous on dit que (O ; $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$) est un repère **orthonormé.**



   b) Sur cette figure, les coordonnées du vecteur $\vec{u}$ sont celles de l'unique point M (x_M ; y_M) tel que :

$$\vec{u} = \overrightarrow{\mathbf{OM}}$$

   Dans ce cas le vecteur $\vec{u}$ s'exprime en fonction des vecteurs $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$: $\vec{u} = x_M\,\vec{\imath} + y_M\,\vec{\jmath}$

4. Si $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x_{\overrightarrow{\mathrm{AB}}} \\ y_{\overrightarrow{\mathrm{AB}}} \end{pmatrix}$ alors $\| \overrightarrow{\mathrm{AB}} \| = \sqrt{(x_{\overrightarrow{\mathrm{AB}}})^2 + (y_{\overrightarrow{\mathrm{AB}}})^2}$
5. Quels que soient les points A, B et C du plan on a, d'après la relation de Chasles : $\overrightarrow{\mathrm{AC}} = \overrightarrow{\mathrm{AB}} + \overrightarrow{\mathrm{BC}}$
6. Soient $\mathrm{A}(x_\mathrm{A} ; y_\mathrm{A})$ et $\mathrm{B}(x_\mathrm{B} ; y_\mathrm{B})$ deux points du plan. Le milieu I de [AB] a pour coordonnées :

$$x_\mathrm{I} = \frac{x_\mathrm{A} + x_\mathrm{B}}{2} \quad \text{et } y_\mathrm{I} = \frac{y_\mathrm{A} + y_\mathrm{B}}{2}$$

7. a) Deux vecteurs non nuls $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement s'il existe un réel λ non nul tel que :

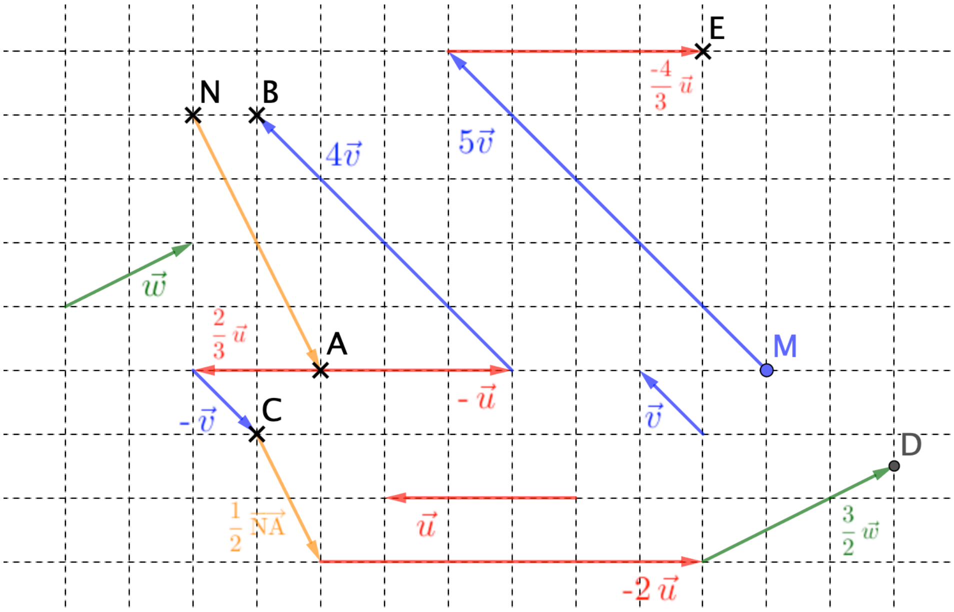
$$\vec{v} = \lambda\,\vec{u}$$

   b) Si $\lambda < 0$ alors :
   - $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **de sens contraires.**
   - De plus, $\| \vec{v} \| = | \lambda | \, \| \vec{u} \| = -\lambda \, \| \vec{u} \|$

Exercices 1 (EC) :

1. Cf. la correction de l'exercice 3 du cours.
2. Cf. la correction de l'exercice 5 du cours.
3. Cf. la correction de l'exercice 14 du cours.
4. Cf. la correction de l'exercice 18 du cours.

Exercice 2 : On considère trois points A, M et N et trois vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$.



Construire les points B, C, D et E définis ci-dessous :

$\overrightarrow{AB} = -\vec{u} + 4\vec{v}$ $\qquad$ $\overrightarrow{AC} = \dfrac{2}{3}\vec{u} - \vec{v}$ $\qquad$ $\overrightarrow{CD} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{NA} - 2\vec{u} + \dfrac{3}{2}\vec{w}$ $\qquad$ $\overrightarrow{EM} = -5\vec{v} + \dfrac{4}{3}\vec{u}$

donc $\overrightarrow{ME} = 5\vec{v} - \dfrac{4}{3}\vec{u}$

Exercice 3 : On considère le quadrilatère EFGH tel que :

E (-3 ; 3), F (4 ; 2), G (3 ; -5) et H (-4 ; -4)

1. Démontrer que EFGH est un parallélogramme.

$\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix} x_F - x_E \\ y_F - y_E \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix} 4+3 \\ 2-3 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix} 7 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\qquad$ $\overrightarrow{HG}\begin{pmatrix} x_G - x_H \\ y_G - y_H \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{HG}\begin{pmatrix} 3+4 \\ -5+4 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{HG}\begin{pmatrix} 7 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{HG}$ donc EFGH est un parallélogramme.

2. Démontrer que EFGH est plus précisément un carré.

EFGH est un parallélogramme. Ses côtés opposés [EF] et [GH] sont donc de même longueur.

- Pour montrer que EFGH est un carré il faut comparer les longueurs de deux côtés consécutifs :

On a : $\overrightarrow{EF}\begin{pmatrix} 7 \\ -1 \end{pmatrix}$ On en déduit EF = $\sqrt{7^2 + (-1)^2} = \sqrt{49+1} = \sqrt{50} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

De plus : $\overrightarrow{FG}\begin{pmatrix} 3-4 \\ -5-2 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{FG}\begin{pmatrix} -1 \\ -7 \end{pmatrix}$ On en déduit FG = $\sqrt{(-1)^2 + (-7)^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

Or, un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs de même longueur est un losange.
Ainsi, EFGH est un losange.

- Pour montrer que EFGH est un carré il faut aussi comparer les longueurs de ses diagonales :

On a : $\overrightarrow{EG}\begin{pmatrix} 3+3 \\ -5-3 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{EG}\begin{pmatrix} 6 \\ -8 \end{pmatrix}$. On en déduit EG = $\sqrt{6^2 + (-8)^2} = \sqrt{36+64} = \sqrt{100} = 10$

De plus : $\overrightarrow{FH}\begin{pmatrix} -4-4 \\ -4-2 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{FH}\begin{pmatrix} -8 \\ -6 \end{pmatrix}$ On en déduit FH = $\sqrt{(-8)^2 + (-6)^2} = \sqrt{100} = 10$

Or, un parallélogramme qui a ses diagonales de même longueur est un rectangle.
Ainsi, EFGH est un rectangle

EFGH étant un losange, ses quatre côtés sont de même longueur.
EFGH étant aussi un rectangle, il possède aussi quatre angles droits.
Ce qui prouve que EFGH est un carré.

Exercice 4 :

Soient A, B, C et M quatre points du plan. On définit le vecteur $\vec{u}$ par :

$$\vec{u} = 2\,\overrightarrow{\mathrm{MA}} - 3\,\overrightarrow{\mathrm{MB}} + 4\,\overrightarrow{\mathrm{MC}}$$

Montrer à l'aide de la relation de Chasles que :

a) $\vec{u} = 3\,\overrightarrow{\mathrm{MA}} + 3\,\overrightarrow{\mathrm{BA}} + 4\,\overrightarrow{\mathrm{AC}}$

On sait que $\vec{u} = 2\,\overrightarrow{\mathrm{MA}} - 3\,\overrightarrow{\mathrm{MB}} + 4\,\overrightarrow{\mathrm{MC}}$

On en déduit, d'après la relation de Chasles :

$\vec{u} = 2\,\overrightarrow{\mathrm{MA}} - 3\,(\overrightarrow{\mathrm{MA}} + \overrightarrow{\mathrm{AB}}) + 4\,(\overrightarrow{\mathrm{MA}} + \overrightarrow{\mathrm{AC}})$

$\vec{u} = 2\,\overrightarrow{\mathrm{MA}} - 3\,\overrightarrow{\mathrm{MA}} - 3\,\overrightarrow{\mathrm{AB}} + 4\,\overrightarrow{\mathrm{MA}} + 4\,\overrightarrow{\mathrm{AC}}$

$\vec{u} = (2 - 3 + 4)\,\overrightarrow{\mathrm{MA}} - 3\,\overrightarrow{\mathrm{AB}} + 4\,\overrightarrow{\mathrm{AC}}$

$\vec{u} = 3\,\overrightarrow{\mathrm{MA}} + 3\,\overrightarrow{\mathrm{BA}} + 4\,\overrightarrow{\mathrm{AC}}$

b) $\vec{u} = 3\,\overrightarrow{\mathrm{MB}} - 2\,\overrightarrow{\mathrm{AB}} + 4\,\overrightarrow{\mathrm{BC}}$

De même, puisque $\vec{u} = 2\,\overrightarrow{\mathrm{MA}} - 3\,\overrightarrow{\mathrm{MB}} + 4\,\overrightarrow{\mathrm{MC}}$

On a, en appliquant la relation de Chasles :

$\vec{u} = 2\,(\overrightarrow{\mathrm{MB}} + \overrightarrow{\mathrm{BA}}) - 3\,\overrightarrow{\mathrm{MB}} + 4\,(\overrightarrow{\mathrm{MB}} + \overrightarrow{\mathrm{BC}})$

$\vec{u} = 2\,\overrightarrow{\mathrm{MB}} + 2\,\overrightarrow{\mathrm{BA}} - 3\,\overrightarrow{\mathrm{MB}} + 4\,\overrightarrow{\mathrm{MB}} + 4\overrightarrow{\mathrm{BC}}$

$\vec{u} = (2 - 3 + 4)\,\overrightarrow{\mathrm{MB}} + 2\,\overrightarrow{\mathrm{BA}} + 4\,\overrightarrow{\mathrm{BC}}$

$\vec{u} = 3\,\overrightarrow{\mathrm{MB}} - 2\,\overrightarrow{\mathrm{AB}} + 4\,\overrightarrow{\mathrm{BC}}$