Nom :
Classe : 2nde 5

DS n°4
le 17/01/2023

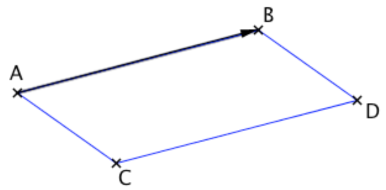
Note :
… / 20

Compétences évaluées :	Avis du professeur Non maîtrisée → Bien maîtrisée
Connaitre le cours (vocabulaire, définitions, propriétés et remarques)	→
S'approprier les exercices / les méthodes travaillé(e)s en classe.	→
Compétences du livret scolaire :	
• (C1) Mener une recherche de façon autonome.	Non évaluée
• (C2) Modéliser, faire une simulation, valider ou invalider un modèle.	Non évaluée
• (C3) Représenter, choisir un cadre, changer de registre.	→
• (C4) Calculer, appliquer des techniques, mettre en œuvre des algorithmes.	→
• (C5) Raisonner, argumenter en exerçant un regard critique, démontrer.	→
• (C6) Communiquer à l'écrit en utilisant un langage rigoureux et des outils pertinents.	→
• (C7) Communiquer à l'oral en utilisant un langage rigoureux et des outils pertinents.	Non évaluée

La calculatrice est interdite.

Contrôle de la connaissance du cours et du vocabulaire : **… / 5**

1. Soient A, B et C trois points distincts du plan.
   La translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ est la transformation du plan qui associe à C l'unique point … tel que ………………………………………………



2. a) Lorsqu'on se place dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$:
   - les vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$ ont des directions perpendiculaires. On dit alors qu'ils sont …………………
   - les vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$ sont de longueur … on dit qu'ils sont ……………

   b) Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont, en fonction de celles de A et de B :
   $$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}\dots\dots\dots\dots\\ \dots\dots\dots\dots\end{pmatrix}$$

3. Quels que soient le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et le réel λ on a $\lambda\vec{u}\begin{pmatrix}\dots\dots\\ \dots\dots\end{pmatrix}$
   - Si $\lambda \neq 0$ les vecteurs $\vec{u}$ et $\lambda\vec{u}$ ont la même …………………
   - De plus :
     - Si $\lambda > 0$ alors les vecteurs $\vec{u}$ et $\lambda\,\vec{u}$ ont le même …
     - Si $\lambda < 0$ alors les vecteurs $\vec{u}$ et $\lambda\,\vec{u}$ ont …
   - Enfin, la norme du vecteur $\lambda\,\vec{u}$ est égale à …… fois celle du vecteur $\vec{u}$.

4. Soient A, B et I trois points du plan.
   - I est le milieu de [AB] si et seulement si ………………
   - A' est le symétrique de A par rapport à B si et seulement si ………………

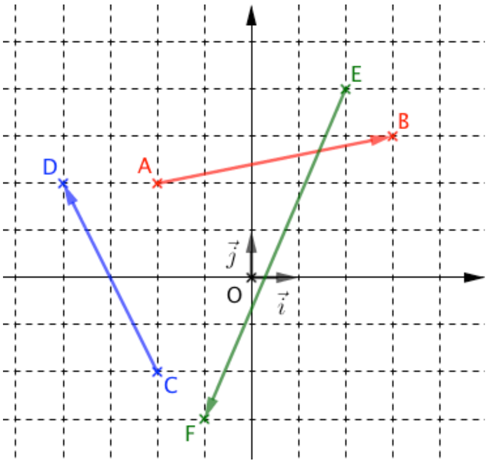
5. Comment appelle-t-on deux vecteurs qui :
   - ont même direction, même longueur mais des sens contraires ? ……………
   - ont même direction ? ……………

Nom :
Classe : 2^{nde} 5

DS n°4
le 17/01/2023

Note :
… / 20

Exercice 1 (EC) : **… / 5**



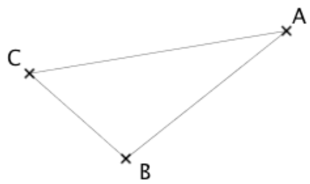
1. On donne la figure ci-contre.
   a) Donner, sans justifier, les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
   b) Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{CD}$ puis sa norme.
   c) Exprimer, sans justifier, le vecteur $\overrightarrow{EF}$ en fonction de $\vec{i}$ et $\vec{j}$.

2. Compléter la fonction Python suivante afin qu'elle renvoie la longueur AB lorsque les coordonnées des points A et B sont saisies en paramètres.

```
from ...   import ...
def longueur(xA,yA,xB,yB):
    x= xB-xA
    y= yB-yA
    L= ...
    return ...
```

3. On considère les points E(-5 ; 7), F(6 ; -3), G(11 ; -1) et K(-10 ; 5).
   EGFK est il un parallélogramme ? Justifier.

4. On considère le triangle ABC ci-dessous.
   a) Construire le point D tel que : $\overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$.
   b) Justifier, en utilisant la relation de Chasles, que $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$.



Exercice 2 : On considère les points A (7 ; 4), B (12 ; -1), C (9 ; -4) et D (4 ; 1). **… / 6**

1. Démontrer que ABCD est un rectangle.
2. Déterminer les coordonnées du point E tel que $\overrightarrow{AE} = 3\,\overrightarrow{AC} - 2\,\overrightarrow{BD}$

Exercice 3 : MNPQ est un parallélogramme. On définit les points R et S de sorte que : **… / 4**

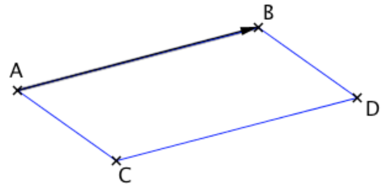
$$\overrightarrow{QR} = \frac{3}{4}\,\overrightarrow{MN} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{MS} = \frac{-4}{3}\,\overrightarrow{MQ}$$

1. Réaliser une figure.
2. a) En remarquant que le vecteur $\overrightarrow{MR}$ peut se décomposer sous la forme $\overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{QR}$ montrer que :
   $$\overrightarrow{MR} = \overrightarrow{MQ} + \frac{3}{4}\,\overrightarrow{MN}$$
   b) Exprimer de la même manière $\overrightarrow{NS}$ en fonction de $\overrightarrow{MQ}$ et $\overrightarrow{MN}$.
   c) Justifier que les vecteurs $\overrightarrow{MR}$ et $\overrightarrow{NS}$ sont colinéaires. Que peut-on en déduire ?

Correction du DS n°4

Contrôle de la connaissance du cours et du vocabulaire :

1. Soient A, B et C trois points distincts du plan.
   La translation de vecteur $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ est la transformation du plan qui associe à C l'unique point D tel que ABDC est un parallélogramme.



2. a) Lorsqu'on se place dans un repère orthonormé $(\mathrm{O}; \vec{i}, \vec{j})$:
   - les vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$ ont des directions perpendiculaires. On dit alors qu'ils sont orthogonaux.
   - les vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$ sont de longueur 1. On dit qu'ils sont unitaires.

   b) Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ sont, en fonction de celles de A et de B :
   $$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\begin{pmatrix} x_{\mathrm{B}} - x_{\mathrm{A}} \\ y_{\mathrm{B}} - y_{\mathrm{A}} \end{pmatrix}$$

3. Quels que soient le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et le réel λ on a $\lambda\,\vec{u}\begin{pmatrix} \lambda\, x \\ \lambda\, y \end{pmatrix}$
   - Si $\lambda \neq 0$ les vecteurs $\vec{u}$ et $\lambda\,\vec{u}$ ont la même direction.
   - De plus :
     - Si $\lambda > 0$ alors les vecteurs $\vec{u}$ et $\lambda\,\vec{u}$ ont le même sens.
     - Si $\lambda < 0$ alors les vecteurs $\vec{u}$ et $\lambda\,\vec{u}$ ont des sens contraires.
   - Enfin, la norme du vecteur $\lambda\,\vec{u}$ est égale à $|\,\lambda\,|$ fois celle du vecteur $\vec{u}$.

4. Soient A, B et I trois points du plan.
   - I est le milieu de [AB] si et seulement si $\overrightarrow{\mathrm{AI}} = \frac{1}{2}\,\overrightarrow{\mathrm{AB}}$
   - A' est le symétrique de A par rapport à B si et seulement si $\overrightarrow{\mathrm{AA'}} = 2\,\overrightarrow{\mathrm{AB}}$

5. Comment appelle-t-on deux vecteurs qui :
   - ont même direction, même longueur mais des sens contraires ? Ce sont deux vecteurs opposés.
   - ont même direction ? Ce sont deux vecteurs colinéaires.

Exercices 1 (EC) :

1. Cf. la correction de l'exercice 2 du cours.
2. Cf. la correction de l'exercice 6 du cours.
3. Cf. la correction de l'exercice 8 du cours.
4. Cf. la correction de l'exercice 17 du cours.

Exercice 2 : On considère les points A (7 ; 4), B (12 ; -1), C (9 ; -4) et D (4 ; 1).

1. Démontrer que ABCD est un rectangle.

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 12-7 \\ -1-4 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 5 \\ -5 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix} x_C - x_D \\ y_C - y_D \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix} 9-4 \\ -4-1 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix} 5 \\ -5 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ donc ABCD est un parallélogramme.

Le parallélogramme ABCD est un rectangle si et seulement si ses diagonales, AC et BD, sont égales.

$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 9-7 \\ -4-4 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 2 \\ -8 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{DB}\begin{pmatrix} x_B - x_D \\ y_B - y_D \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{DB}\begin{pmatrix} 12-4 \\ -1-1 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{DB}\begin{pmatrix} 8 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\sqrt{2^2 + (-8)^2} = \sqrt{8^2 + (-2)^2} = \sqrt{4+64} = \sqrt{68} \Leftrightarrow \|\overrightarrow{AC}\| = \|\overrightarrow{DB}\| \Leftrightarrow AC = DB$

Ainsi, ABCD est un rectangle.

2. Déterminer les coordonnées du point E tel que $\overrightarrow{AE} = 3\,\overrightarrow{AC} - 2\,\overrightarrow{BD}$

$\overrightarrow{AE} = 3\,\overrightarrow{AC} - 2\,\overrightarrow{BD}$

Or : $\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix} x_E - x_A \\ y_E - y_A \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AE}\begin{pmatrix} x_E - 7 \\ y_E - 4 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 2 \\ -8 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{BD} = -\,\overrightarrow{DB}$ et $\overrightarrow{DB}\begin{pmatrix} 8 \\ -2 \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix} -8 \\ 2 \end{pmatrix}$

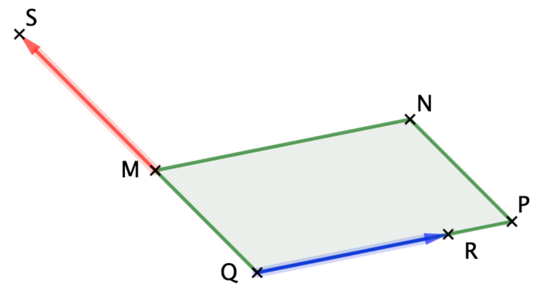
Ainsi, $\overrightarrow{AE} = 3\,\overrightarrow{AC} - 2\,\overrightarrow{BD} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E - 7 = 3 \times 2 - 2 \times (-8) \\ y_E - 4 = 3 \times (-8) - 2 \times 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x_E - 7 = 6 + 16 \\ y_E - 4 = -24 - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E = 22 + 7 = 29 \\ y_E = -28 + 4 = -24 \end{cases}$ Donc E (29 ; -24)

Exercice 3 : MNPQ est un parallélogramme. On définit les points R et S de sorte que :

$$\overrightarrow{QR} = \frac{3}{4}\overrightarrow{MN} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{MS} = \frac{-4}{3}\overrightarrow{MQ}$$

1. Réaliser une figure.



2. a) En remarquant que le vecteur $\overrightarrow{MR}$ peut se décomposer sous la forme $\overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{QR}$ montrer que :

$$\overrightarrow{MR} = \overrightarrow{MQ} + \frac{3}{4}\overrightarrow{MN}$$

D'après la relation de Chasles, on a $\overrightarrow{MR} = \overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{QR}$

Or, $\overrightarrow{QR} = \frac{3}{4}\overrightarrow{MN}$

Donc : $\overrightarrow{MR} = \overrightarrow{MQ} + \frac{3}{4}\overrightarrow{MN}$

b) Exprimer de la même manière $\overrightarrow{NS}$ en fonction de $\overrightarrow{MQ}$ et $\overrightarrow{MN}$.

D'après la relation de Chasles, on a $\overrightarrow{NS} = \overrightarrow{NM} + \overrightarrow{MS}$

Or, $\overrightarrow{MS} = \frac{-4}{3}\overrightarrow{MQ}$ et $\overrightarrow{NM} = -\,\overrightarrow{MN}$

Donc : $\overrightarrow{NS} = -\,\overrightarrow{MN} - \frac{4}{3}\overrightarrow{MQ} = \frac{-4}{3}\overrightarrow{MQ} - \overrightarrow{MN}$

c) Justifier que les vecteurs $\overrightarrow{MR}$ et $\overrightarrow{NS}$ sont colinéaires. Que peut-on en déduire ?

D'une part, on a : $\overrightarrow{MR} = \overrightarrow{MQ} + \frac{3}{4}\overrightarrow{MN}$ D'autre part : $\overrightarrow{NS} = \frac{-4}{3}\overrightarrow{MQ} - \overrightarrow{MN}$

On remarque que $\overrightarrow{NS} = \frac{-4}{3}\overrightarrow{MR}$. Ainsi, $\overrightarrow{MR}$ et $\overrightarrow{NS}$ sont colinéaires. On en déduit que (MR) est parallèle à (NS).