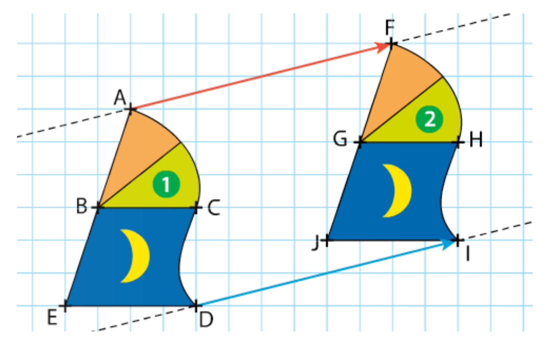
Nom : **DS n°4** Note :
Classe : 2$^{\text{nde}}$ 5 le 18/01/2022 … / 20

Compétences évaluées :	Avis du professeur — Non maîtrisée → Bien maîtrisée
Connaitre le cours (vocabulaire, définitions, propriétés et remarques)	
S'approprier les exercices / les méthodes travaillé(e)s en classe.	
Compétences du livret scolaire :	
• (C1) Mener une recherche de façon autonome.	Non évaluée
• (C2) Modéliser, faire une simulation, valider ou invalider un modèle.	Non évaluée
• (C3) Représenter, choisir un cadre, changer de registre.	
• (C4) Calculer, appliquer des techniques, mettre en œuvre des algorithmes.	
• (C5) Raisonner, argumenter en exerçant un regard critique, démontrer.	
• (C6) Communiquer à l'écrit en utilisant un langage rigoureux et des outils pertinents.	
• (C7) Communiquer à l'oral en utilisant un langage rigoureux et des outils pertinents.	Non évaluée

La calculatrice est interdite.

Contrôle de la connaissance du cours et du vocabulaire : **… / 5**

1.



Observe les figures ci-contre.

a) La figure 2 est l'image de la figure 1 par la ………………
de vecteur $\overrightarrow{AF}$

b) Le quadrilatère AFID est un …………………… car …………

c) Citer les trois caractéristiques d'un vecteur non nul :
…………………………………………………………………

2. a) On dit que A est l'……………… du vecteur $\overrightarrow{AB}$ et que B est son …………………

   b) Si A = B alors $\overrightarrow{AB}$ est le vecteur ……

3. Lorsqu'on se place dans un repère orthonormé $(O\,;\vec{i},\vec{j})$ les vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$ sont à la fois :
   - ………………… car leurs directions sont perpendiculaires
   - ………………… car ils sont de longueur 1.

   Dans ces conditions on dit que le couple $(\vec{i},\vec{j})$ constitue une ………….. orthonormée.

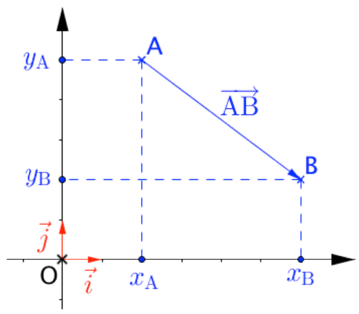
4. Complète le théorème suivant :

Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ se calculent en fonction de celles de A et de B :

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}\dots\dots\dots\\ \dots\dots\dots\end{pmatrix}$$

Si $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix}x_{\overrightarrow{AB}}\\ y_{\overrightarrow{AB}}\end{pmatrix}$ alors :

$\overrightarrow{AB} = x_{\overrightarrow{AB}}\dots + y_{\overrightarrow{AB}}\dots$ $\qquad\|\overrightarrow{AB}\| = AB = \dots\dots\dots\dots\dots\dots$



5. Complète les propriétés suivantes :

Soient A, B et I trois points du plan.
- I est le milieu de [AB] si et seulement si ………………
- A' est le symétrique de A par rapport à B si et seulement si ………………

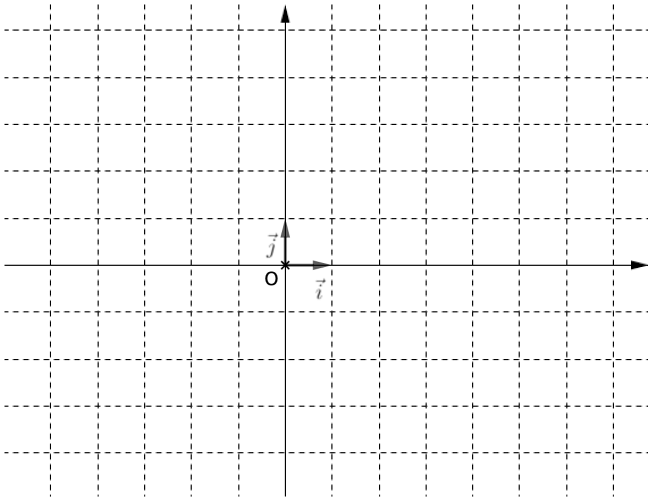
6. Ecrire les trois identités remarquables :

a) ………………………………	b) ………………………………	c) ………………………………

Nom : **DS n°4** Note :
Classe : 2^{nde} 5 le 18/01/2022 … / 20

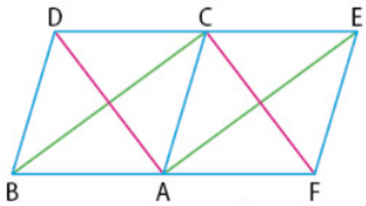
Exercice 1 (EC) : **… / 5**

1. a) Placer les points $A(-4\,;2)$, $B(1\,;2)$, $C(5\,;-1)$ et $D(0\,;-1)$ dans le repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.



   b) Déterminer la nature complète du quadrilatère ABCD.

2. Les quadrilatères ABDC, FACE, FADC et ABCE sont des parallélogrammes.



   Remplacer la somme vectorielle $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BD}$ par un vecteur unique. Justifier.

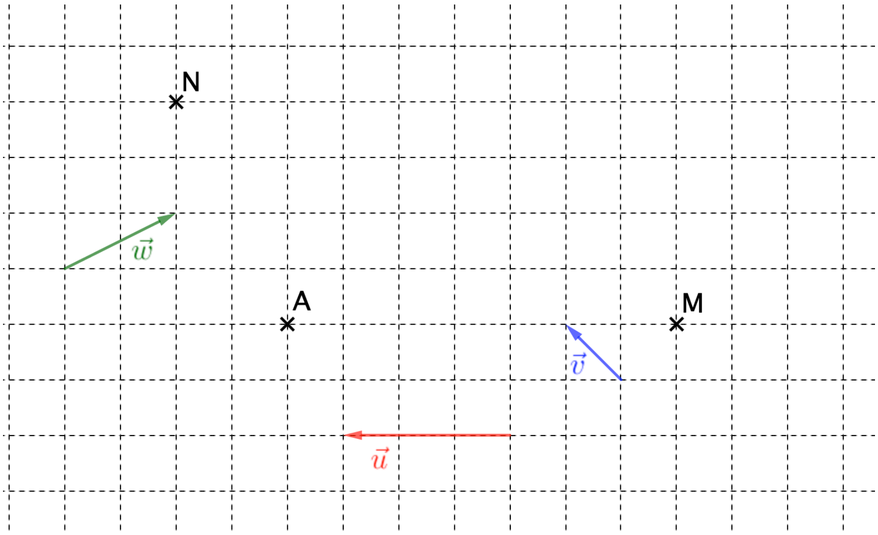
3. Soient $A(1\,;4)$ et $B(5\,;2)$. Calculer les coordonnées du point N défini par $3\overrightarrow{NA}-5\overrightarrow{NB}=\vec{0}$.

4. On considère les points D et E tels que $\overrightarrow{AD}=\dfrac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AE}=4\overrightarrow{AC}$.

   a) En justifiant l'égalité $\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AC}$, exprimer le vecteur $\overrightarrow{DC}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
   b) En utilisant la relation de Chasles, exprimer le vecteur $\overrightarrow{BE}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

Exercice 2 : On considère trois points A, M et N et trois vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$. **… / 4**
Construire les points B, C, D et E définis ci-dessous :

$\overrightarrow{AB}=-\vec{u}+4\vec{v}$ $\overrightarrow{AC}=\dfrac{2}{3}\vec{u}-\vec{v}$ $\overrightarrow{CD}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{NA}-2\vec{u}+\dfrac{3}{2}\vec{w}$ $\overrightarrow{EM}=\dfrac{4}{3}\vec{u}-5\vec{v}$



Exercice 3 : A, B et C sont trois points tels que $3\,\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 5\,\overrightarrow{BC}$ **… / 3**

a) En utilisant la relation de Chasles, montrer que $\overrightarrow{AC} = 2\,\overrightarrow{AB}$.

b) Que peut-on en déduire :

- pour les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AB}$?
- pour les points A, B et C ? Justifier.
- sur la position du point C ?

Exercice 4 : Développer puis réduire. **… / 3**

A = $(3x+7)^2 + 4\,(\frac{1}{2}x - 5)^2$

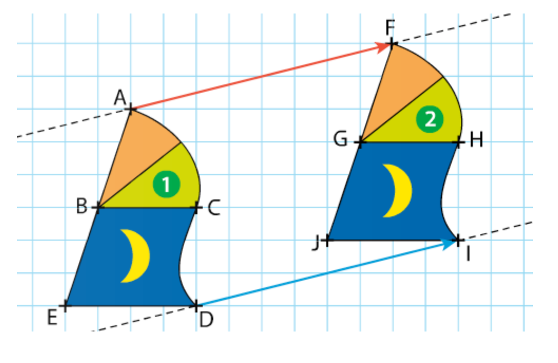
B = $(8x+2)(8x-2) - 3\,(4x+1)^2$

C = $(\sqrt{6}+\sqrt{3})^2 - (\sqrt{6}-\sqrt{3})^2$

Correction du DS n°4

Contrôle de la connaissance du cours et du vocabulaire :

1.



Observe les figures ci-contre.

a) La figure 2 est l'image de la figure 1 par la translation de vecteur $\overrightarrow{\mathrm{AF}}$

b) Le quadrilatère AFID est un parallélogramme car $\overrightarrow{\mathrm{AF}} = \overrightarrow{\mathrm{DI}}$

c) Citer les trois caractéristiques d'un vecteur non nul :
Tout vecteur non nul est défini par sa direction, son sens et sa norme.

2. a) On dit que A est l'origine du vecteur $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ et que B est son extrémité.

   b) Si A = B alors $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ est le vecteur nul.

3. Lorsqu'on se place dans un repère orthonormé $(\mathrm{O}\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ les vecteurs $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$ sont à la fois :
   - orthogonaux car leurs directions sont perpendiculaires
   - unitaires car ils sont de longueur 1.

   Dans ces conditions on dit que le couple $(\vec{\imath},\vec{\jmath})$ constitue une base orthonormée.

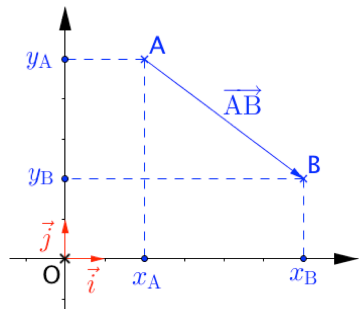
4. Complète le théorème suivant :

Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ se calculent en fonction de celles de A et de B :

$$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$$

Si $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x_{\overrightarrow{\mathrm{AB}}} \\ y_{\overrightarrow{\mathrm{AB}}} \end{pmatrix}$ alors :

$\overrightarrow{\mathrm{AB}} = x_{\overrightarrow{\mathrm{AB}}}\,\vec{\imath} + y_{\overrightarrow{\mathrm{AB}}}\,\vec{\jmath}$ $\qquad \|\overrightarrow{\mathrm{AB}}\| = \mathrm{AB} = \sqrt{x_{\overrightarrow{\mathrm{AB}}}{}^2 + y_{\overrightarrow{\mathrm{AB}}}{}^2}$



5. Complète les propriétés suivantes :

Soient A, B et I trois points du plan.

- I est le milieu de [AB] si et seulement si $\overrightarrow{\mathrm{AI}} = \frac{1}{2}\,\overrightarrow{\mathrm{AB}}$
- A' est le symétrique de A par rapport à B si et seulement si $\overrightarrow{\mathrm{AA'}} = 2\,\overrightarrow{\mathrm{AB}}$

6. Ecrire les trois identités remarquables :

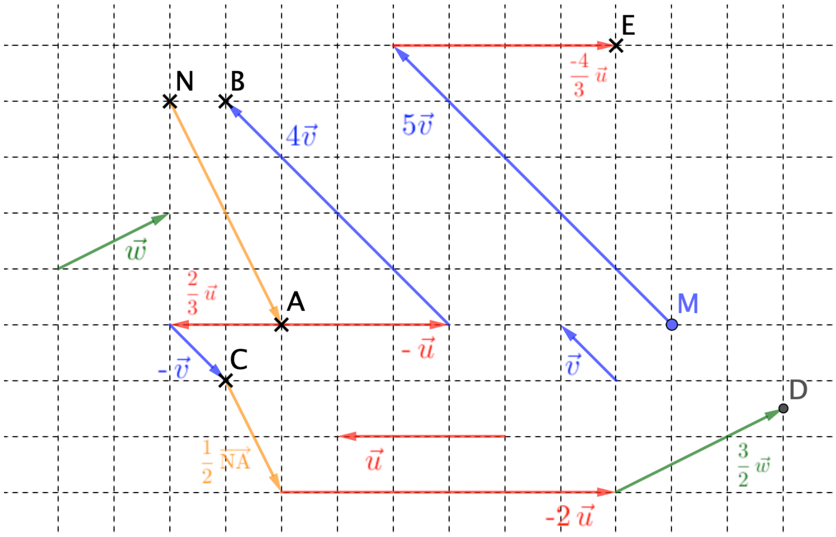
a) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	b) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	c) $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Exercices 1 (EC) :

1. Cf. la correction de l'exercice 9 du cours.
2. Cf. la correction de l'exercice 13 du cours.
3. Cf. la correction de l'exercice 17 du cours.
4. Cf. la correction de l'exercice 19 du cours.

Exercice 2 : On considère trois points A, M et N et trois vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$.
Construire les points B, C, D et E définis ci-dessous :

$\overrightarrow{AB} = \text{-}\,\vec{u} + 4\,\vec{v}$ $\qquad$ $\overrightarrow{AC} = \frac{2}{3}\,\vec{u} - \vec{v}$ $\qquad$ $\overrightarrow{CD} = \frac{1}{2}\,\overrightarrow{NA} - 2\,\vec{u} + \frac{3}{2}\,\vec{w}$ $\qquad$ $\overrightarrow{EM} = \frac{4}{3}\,\vec{u} - 5\,\vec{v}$



Exercice 3 : A, B et C sont trois points tels que $3\,\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 5\,\overrightarrow{BC}$

a) En utilisant la relation de Chasles, montrer que $\overrightarrow{AC} = 2\,\overrightarrow{AB}$.

On a : $3\,\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 5\,\overrightarrow{BC}$

Or, d'après la relation de Chasles : $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$

On en déduit : $3\,\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 5\,(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC})$

$\overrightarrow{AC} = 5\,\overrightarrow{BA} + 5\,\overrightarrow{AC} - 3\,\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AC} - 5\,\overrightarrow{AC} = \text{-}5\,\overrightarrow{AB} - 3\,\overrightarrow{AB}$

$\text{-}4\,\overrightarrow{AC} = \text{-}8\,\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AC} = \frac{8}{4}\,\overrightarrow{AB} = 2\,\overrightarrow{AB}$

b) Que peut-on en déduire :

- pour les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AB}$?
- pour les points A, B et C ? Justifier.
- sur la position du point C ?

$\overrightarrow{AC} = 2\,\overrightarrow{AB}$

On en déduit que les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires.
Or, des vecteurs colinéaires sont des vecteurs qui ont la même direction.
On en déduit que les droites (AC) et (AB) sont parallèles et que, puisqu'elles ont le point A en commun, elles sont confondues. Ainsi, les points A, B et C sont alignés. Plus précisément, la longueur AC valant le double de celle de AB, on en conclut que C est le symétrique de A par rapport à B.

Exercice 4 : Développer puis réduire.

A $= (3x+7)^2 + 4\,(\frac{1}{2}x - 5)^2 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 7 + 7^2 + 4\,[(\frac{1}{2}x)^2 - 2 \times \frac{1}{2}\,x \times 5 + 5^2]$

A $= 9x^2 + 42x + 49 + 4\,(\frac{1}{4}\,x^2 - 5\,x + 25) = 9x^2 + 42x + 49 + x^2 - 20\,x + 100 = 10x^2 + 22x + 149$

B $= (8x+2)(8x-2) - 3\,(4x+1)^2 = (8x)^2 - 2^2 - 3\,[(4x)^2 + 2 \times 4x \times 1 + 1^2]$
B $= 64x^2 - 4 - 3\,(16x^2 + 8x + 1] = 64x^2 - 4 - 48\,x^2 - 24\,x - 3 = 16\,x^2 - 24\,x - 7$

C $= (\sqrt{6} + \sqrt{3})^2 - (\sqrt{6} - \sqrt{3})^2 = \sqrt{6}^2 + 2 \times \sqrt{6} \times \sqrt{3} + \sqrt{3}^2 - (\sqrt{6}^2 - 2 \times \sqrt{6} \times \sqrt{3} + \sqrt{3}^2)$
C $= 6 + 2\,\sqrt{18} + 3 - (6 - 2\,\sqrt{18} + 3) = 9 + 2\sqrt{18} - 6 + 2\sqrt{18} - 3 = 4\sqrt{18} = 4\sqrt{9}\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$