Nom :
Classe : 2nde 5

DS n°5
le 16/02/2024

Note :
… / 20

	Avis du professeur
Compétences évaluées :	Non maîtrisée → Bien maîtrisée
Connaitre le cours (vocabulaire, définitions, propriétés et remarques)	
S'approprier les exercices / les méthodes travaillé(e)s en classe.	
Compétences du livret scolaire :	
• (C1) Mener une recherche de façon autonome.	Non évaluée
• (C2) Modéliser, faire une simulation, valider ou invalider un modèle.	Non évaluée
• (C3) Représenter, choisir un cadre, changer de registre.	
• (C4) Calculer, appliquer des techniques, mettre en œuvre des algorithmes.	
• (C5) Raisonner, argumenter en exerçant un regard critique, démontrer.	
• (C6) Communiquer à l'écrit en utilisant un langage rigoureux et des outils pertinents.	
• (C7) Communiquer à l'oral en utilisant un langage rigoureux et des outils pertinents.	Non évaluée

La calculatrice est interdite.

Contrôle de la connaissance du cours et du vocabulaire : … / 5

1. Soit f une fonction affine telle que l'on connait les ……………… $f(x_1)$ et $f(x_2)$ de deux réels x_1 et x_2.
   Pour déterminer l'expression de $f(x)$ en fonction de x on commence par déterminer :
   - $m =$ ………………
   - puis $p =$ ………………
2. Le ……………………… d'une fonction affine f définie par $f(x) = mx + p$ ne dépend que de m.
   Si ……… alors f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.
   Dans ce cas, lorsque les valeurs de x …………………, celles de $f(x)$ …………………
3. On appelle ……………… de la fonction f l'antécédent de 0.
4. Le ……………… d'une fonction affine f dépend aussi du signe de m.
   Si $m > 0$ Alors $f(x) > 0 \Leftrightarrow$ ………..
   ………..
   ………..
   On en déduit le tableau suivant :

x	$-\infty$ … $+\infty$	
$f(x)$	…	…

5. Les 3 identités remarquables sont :
   - ………………… = …………………
   - ………………… = …………………
   - ………………… = …………………

Nom : **DS n°5** Note :

Classe : 2^{nde} 5 le 16/02/2024 … / 20

Exercices contrôlés : **… / 5**

1. Déterminer l'équation de la droite qui passe par A (-2 ; 3) et B (4 ; -1).
2. Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$f(x) = \text{-}6(x+3)^2 + 2(3x-1)(x+1)$$
Démontrer que f est une fonction affine.
3. Déterminer la racine de la fonction définie par $g(x) = \frac{-3}{4}x + \frac{1}{2}$.
4. Dresser le tableau de signes de la fonction définie par $g(x) = \text{-}2x + 6$.
5. Le taux normal de TVA s'appliquant à la majorité des biens et des prestations de service est de 20 %.
Proposer une fonction Python qui permet de retrouver le prix HT d'un article, connaissant son prix TTC.

Exercice n°2 : Développer puis réduire. **… / 3**

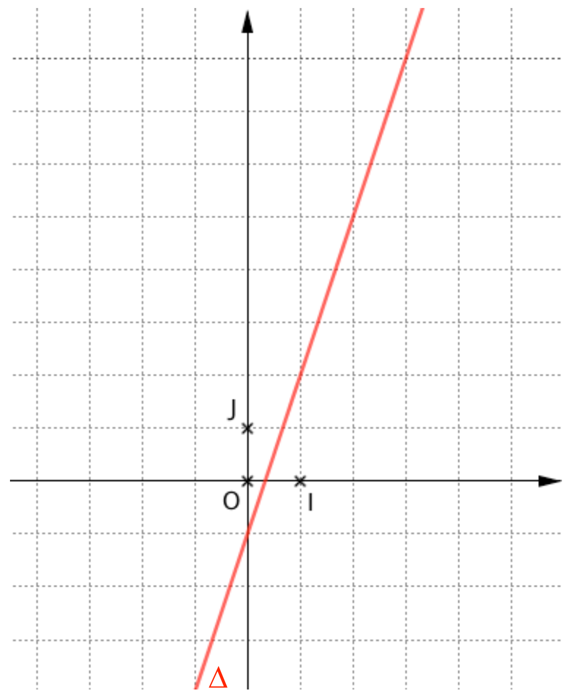
A = $4\,(2\,x-3)^2 + 2\,(4\,x-3)$ B = $(2\,x-5)(2\,x+5) - (3\,x+5)^2$ C = $(3-\sqrt{5})^2$

Exercice n°3 : f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : **… / 7**

$$f(x) = 5 - \frac{3\,(8\,x-2)}{6}$$

On note d_f sa représentation graphique dans un repère orthonormé $(O;I,J)$.

1. a) Montrer que pour tout réel x on a $f(x) = \text{-}\,4\,x + 6$.
   b) Déterminer le sens de variations de f.
   c) Dresser le tableau des signes de $f(x)$.
2. a) Compléter le tableau des valeurs de $f(x)$ sur $[\,\text{-}\,5\,;\,5\,]$ avec un pas de 1.
   b) En déduire l'image de - 2 et l'antécédent de 2 par f.
   c) Comparer, sans calcul supplémentaire, les images de $\frac{1}{5}$ et $\frac{4}{5}$ par f. Justifier.
3. a) Tracer la représentation graphique de f dans le repère ci-contre.
   b) Le point M ($\frac{9}{4}$; -3) appartient-il à d_f. Justifier.
4. a) Justifier, par lecture graphique, l'équation de la droite Δ.
   b) Résoudre l'inéquation $f(x) \leq 3\,x - 1$.



Exercice Bonus : **… / 2**

On étudie, dans un certain milieu, l'évolution d'une population de bactéries.
Le nombre de bactéries, en milliers, a été modélisé en fonction du temps écoulé en jours par la fonction N définie par :

$$N(t) = (0,5\,t+1)^2$$

où t est un réel compris dans l'intervalle $[\,0\,;\,10\,]$.

1. Donner une estimation du nombre de bactéries au bout de 4 jours.
2. Déterminer au bout de combien de temps le nombre de bactéries aura atteint 25 000.

Correction du DS n°5

Contrôle de la connaissance du cours et du vocabulaire :

1. Soit f une fonction affine telle que l'on connait les images $f(x_1)$ et $f(x_2)$ de deux réels x_1 et x_2.
   Pour déterminer l'expression de $f(x)$ en fonction de x on commence par déterminer :
   - $m = \dfrac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}$
   - puis $p = f(x_1) - m\,x_1$
2. Le sens de variations d'une fonction affine f définie par $f(x) = mx + p$ ne dépend que de m.
   Si $m < 0$ alors f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.
   Dans ce cas, lorsque les valeurs de x augmentent, celles de $f(x)$ diminuent.
3. On appelle racine de la fonction f l'antécédent de 0.
4. Le signe d'une fonction affine f dépend aussi du signe de m.
   Si $m > 0$ Alors $f(x) > 0 \Leftrightarrow mx + p > 0$

   $mx > \text{-}p$

   $x > \dfrac{\text{-}p}{m}$

   On en déduit le tableau suivant :

x	$-\infty$		$\dfrac{\text{-}p}{m}$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	

5. Les 3 identités remarquables sont :
   - $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
   - $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
   - $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Exercices contrôlés :

1. Voir la correction de l'exercice 4 du cours.
2. Voir la correction de l'exercice 4 du TD5.
3. Voir la correction de l'exemple #2 du cours.
4. Voir la correction de l'exercice 12 du cours.
5. Voir la correction de l'exercice 13 du cours.

Exercice n°2 : Développer puis réduire.

$A = 4(2x-3)^2 + 2(4x-3)$	$B = (2x-5)(2x+5) - (3x+5)^2$	$C = (3-\sqrt{5})^2$
$A = 4(4x^2 - 12x + 9) + 8x - 6$	$B = (2x)^2 - 5^2 - (9x^2 + 30x + 25)$	$C = 3^2 - 2 \times 3\sqrt{5} + (\sqrt{5})^2$
$A = 16x^2 - 48x + 36 + 8x - 6$	$B = 4x^2 - 25 - 9x^2 - 30x - 25$	$C = 9 - 6\sqrt{5} + 5$
$A = 16x^2 - 40x + 30$	$B = \text{-}5x^2 - 30x - 50$	$C = 14 - 6\sqrt{5}$

Exercice n°3 : f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 5 - \frac{3(8x-2)}{6}$$

On note d_f sa représentation graphique dans un repère orthonormé $(O;I,J)$.

1. a) Montrer que pour tout réel x on a $f(x) = \text{-}4x + 6$.

$$\forall x \in \mathbb{R},\ f(x) = 5 - \frac{3(8x-2)}{6} = \frac{5 \times 6 - 3(8x-2)}{6} = \frac{30 - 24x + 6}{6} = \frac{\text{-}24x + 36}{6} = \text{-}4x + 6$$

b) Déterminer le sens de variations de f.

On a $f(x) = -4x + 6 = mx + p$ avec $m = -4$ et $p = 6$
Donc f est une fonction affine.
$m = -4 < 0$ donc f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.

c) Dresser le tableau des signes de $f(x)$.

$f(x) > 0 \Leftrightarrow -4x + 6 > 0 \Leftrightarrow 6 > 4x \Leftrightarrow x < \frac{6}{4} \Leftrightarrow x < \frac{3}{2}$

On en déduit le tableau des signes de $f(x)$:

x	$-\infty$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	

2. a) Compléter, à l'aide de la calculatrice, le tableau des valeurs de $f(x)$ sur $[-5\,;5]$ avec un pas de 1.

x	- 5	- 4	- 3	- 2	- 1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	26	22	18	14	10	6	2	- 2	- 6	- 10	- 14

b) En déduire l'image de - 2 par la fonction f et l'antécédent de 2.

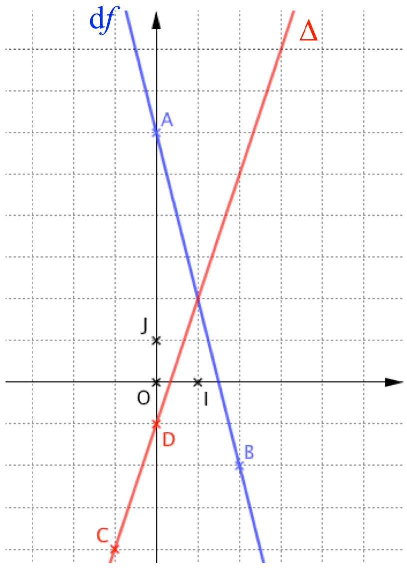
L'image de - 2 par la fonction f est 14.
L'antécédent de 2 par f est 1.

c) Comparer, sans calcul supplémentaire, les images de $\frac{1}{5}$ et $\frac{4}{5}$ par f. Justifier.

On sait que $\frac{1}{5} < \frac{4}{5}$ et que la fonction f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.
On en déduit : $f(\frac{1}{5}) > f(\frac{4}{5})$

3. a) Tracer la représentation graphique de f dans le repère ci-dessous.

A la lecture du tableau de valeurs, les points A$(0\,;6)$ et B$(2\,;-2)$ appartiennent à d_f.
On en déduit le tracer de la droite.



b) Le point M $(\frac{9}{4}\,; -3)$ appartient-il à d_f. Justifier.

$f(\frac{9}{4}) = -4 \times \frac{9}{4} + 6 = -9 + 6 = -3$
Donc M $(\frac{9}{4}\,; -3) \in d_f$

4. a) Justifier, par lecture graphique, l'équation de la droite Δ.

Graphiquement, l'ordonnée à l'origine de Δ est $p_\Delta = -1$.
De plus, pour passer de C à D on « monte » de 3 graduations quand on « avance » de 1.
Le coefficient directeur de Δ est donc : $m_\Delta = \frac{3}{1} = 3$
Ainsi, la droite Δ a pour équation $y = 3x - 1$

b) Résoudre l'inéquation $f(x) \leq 3x - 1$.

$f(x) \leq 3x - 1 \iff -4x + 6 \leq 3x - 1 \iff 6 + 1 \leq 3x + 4x \iff 7 \leq 7x \iff x \geq \frac{7}{7} \iff x \geq 1$
S = $[1 \,;\, +\infty[$

Exercice n°4 (Bonus) : On étudie, dans un certain milieu, l'évolution d'une population de bactéries.
Le nombre de bactéries, en milliers, a été modélisé en fonction du temps écoulé en jours par la fonction N définie par $N(t) = (0,5t + 1)^2$ où t est un réel compris dans l'intervalle $[0 \,;\, 10]$.

1. Donner une estimation du nombre de bactéries au bout de 4 jours.

$N(4) = (0,5 \times 4 + 1)^2 = (2 + 1)^2 = 3^2 = 9$
Au bout de 4 jours il y aura 9 milliers de bactéries, c'est-à-dire 9 000.

2. Déterminer au bout de combien de temps le nombre de bactéries aura atteint 25 000.

$N(t) = 25 \iff (0,5t + 1)^2 = 25 \iff (0,5t + 1)^2 - 5^2 = 0 \iff (0,5t + 1 - 5)(0,5t + 1 + 5) = 0$
$N(t) = 25 \iff (0,5t - 4)(0,5t + 6) = 0$
Un produit est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul. On en déduit :

- $0,5t - 4 = 0 \iff 0,5t = 4 \iff t = \frac{4}{0,5} = \frac{8}{1} = 8$
- ou $0,5t + 6 = 0 \iff 0,5t = -6 \iff t = \frac{-6}{0,5} = -12$

Un nombre de jour négatif ($t = -12$) est impossible.
On en déduit que le nombre de bactéries aura atteint 25 000 au bout de 8 jours.