Nom : Classe : 2^{nde}	**Devoir surveillé n°6** le 29/03/2016	Note : … / 20

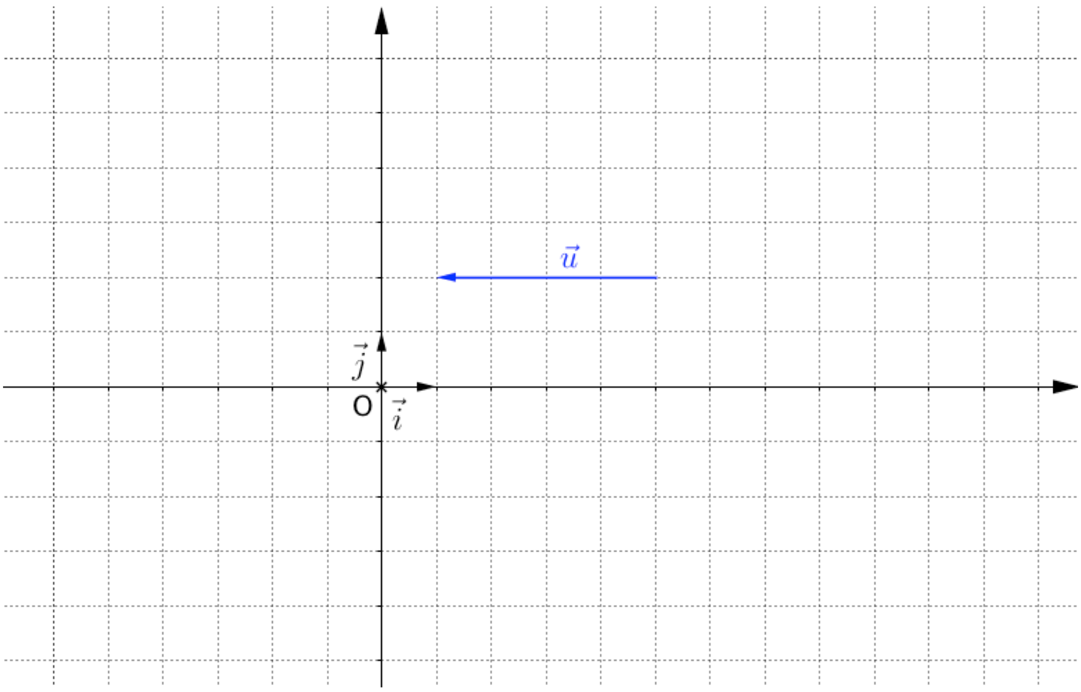
Je sais :	Avis de l'élève *Oui*	Avis de l'élève *Non*	Avis du professeur *Oui*	Avis du professeur *Non*
Exercice 1 (10 min)				
Démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme particulier.				
Exercice 2 (15 min)				
Placer des points dans un repère.				
Tracer un vecteur d'origine ou d'extrémité fixée.				
Construire un point défini par une égalité vectorielle.				
Calculer les coordonnées d'un point défini par une égalité vectorielle.				
Exercice 3 (10 min)				
Ecrire un algorithme.				
Déterminer si des vecteurs sont colinéaires ou non.				
Exercice 4 (20 min)				
Déterminer les variations d'une fonction polynôme du 2^{nd} degré.				
Déterminer la forme canonique d'un polynôme du 2^{nd} degré.				
Déterminer la forme factorisée d'un polynôme du 2^{nd} degré.				
Utiliser l'expression la plus adaptée d'une fonction.				
Construire une parabole et identifier son axe de symétrie.				

Exercice 1 : **… / 3**

Dans un repère orthonormé, on considère les points $B(3;0,5)$, $I(4;6)$, $S(9;3,5)$ et $E(8;-2)$.
Démontre que BISE est un losange.

Exercice 2 : **… / 4**

1) Place les points $A(-2;-3)$ et $B(-3;2)$ dans le repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ suivant.



2) a) Trace le représentant d'origine A du vecteur $\vec{v}\begin{pmatrix}5\\2\end{pmatrix}$.

b) Trace le représentant d'extrémité B du vecteur $\vec{w}\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}$.

3) a) Construis le point C tel que $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\vec{u} + 3\vec{v} - 2\vec{w}$.

b) Calcule les coordonnées de C.

Exercice 3 : **… / 5**

1) Ecris un algorithme qui demande les coordonnées de deux vecteurs et qui permet de déterminer s'ils sont colinéaires ou non.

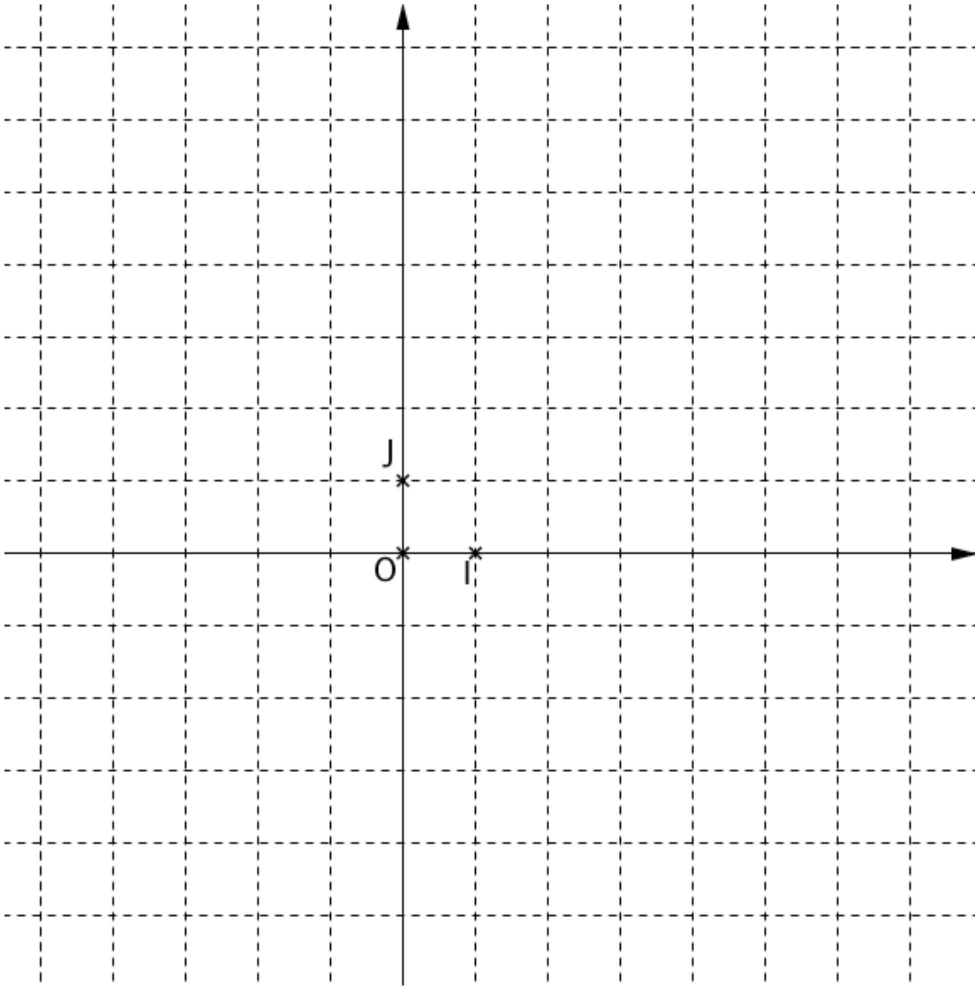
2) Détermine si les vecteurs suivants sont colinéaires ou non.

a) $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}5\\7,5\end{pmatrix}$ b) $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}6\\2\end{pmatrix}$ c) $\vec{u}\begin{pmatrix}\frac{7}{3}\\\frac{5}{4}\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}4\\\frac{15}{7}\end{pmatrix}$ d) $\vec{u}\begin{pmatrix}2\sqrt{2}\\-1\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-4\\-\sqrt{2}\end{pmatrix}$

Exercice 4 : *f* est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 6x + 5$. **… / 8**

On note $\mathscr{P}$ la représentation graphique de *f* dans un repère orthonormé (O ; I , J).

1) Détermine les variations de *f* puis dresse le tableau de variation de *f*.
2) Détermine la forme canonique de $f(x)$.
3) Démontre, en factorisant la forme canonique, que $f(x) = (x-5)(x-1)$.
4) En utilisant à chaque fois la forme la plus adaptée de $f(x)$:
   a) Calcule l'image de 0 et de $\sqrt{3}$.
   b) Détermine les points d'intersection de $\mathscr{P}$ avec l'axe des abscisses puis le signe de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$.
   c) Résous l'équation $f(x) = -5$.
5) Construis la courbe représentative $\mathscr{P}$ de *f* et trace son axe de symétrie en précisant son équation.



Correction du DS n°6

Exercice 1 :
Dans un repère orthonormé, on considère les points B(3;0,5), I(4;6), S(9;3,5) et E(8;-2).
Démontre que BISE est un losange.

Méthode :
1. On commence par démontrer que BISE est un parallélogramme en utilisant les vecteurs :

$\overrightarrow{BI}\begin{pmatrix} x_I - x_B \\ y_I - y_B \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{BI}\begin{pmatrix} 4-3 \\ 6-0,5 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{BI}\begin{pmatrix} 1 \\ 5,5 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{ES}\begin{pmatrix} x_S - x_E \\ y_S - y_E \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{ES}\begin{pmatrix} 9-8 \\ 3,5-(\text{-}2) \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{ES}\begin{pmatrix} 1 \\ 3,5+2 \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{ES}\begin{pmatrix} 1 \\ 5,5 \end{pmatrix}$

On a : $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{ES}$ donc BISE est un parallélogramme.

2. On démontre que le parallélogramme BISE est un losange en calculant les longueurs de 2 côtés consécutifs :

BI $= \sqrt{1^2 + 5,5^2} = \sqrt{1 + 30,25} = \sqrt{31,25}$

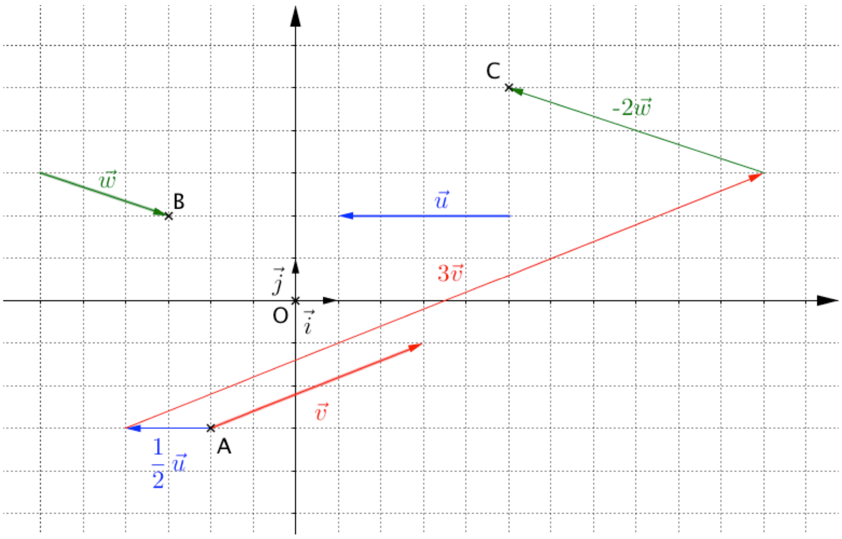
BE $= \sqrt{(x_E - x_B)^2 + (y_E - y_B)^2} = \sqrt{(8-3)^2 + (\text{-}2 - 0,5)^2} = \sqrt{5^2 + (\text{-}2,5)^2} = \sqrt{25 + 6,25} = \sqrt{31,25}$

On a : BI = BE

Or, un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs de même longueur est un losange.

Donc BISE est un losange.

Exercice 2 :
1) Place les points A(-2;-3) et B(-3;2) dans le repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ suivant.



2) a) Trace le représentant d'origine A du vecteur $\vec{v}\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$.

b) Trace le représentant d'extrémité B du vecteur $\vec{w}\begin{pmatrix} 3 \\ \text{-}1 \end{pmatrix}$.

3) a) Construis le point C tel que $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\vec{u} + 3\vec{v} - 2\vec{w}$.

b) <u>Calcule</u> les coordonnées de C.

On a : $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} x_C - (\text{-}2) \\ y_C - (\text{-}3) \end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} x_C + 2 \\ y_C + 3 \end{pmatrix}$ $\vec{u}\begin{pmatrix} \text{-}4 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\vec{v}\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\vec{w}\begin{pmatrix} 3 \\ \text{-}1 \end{pmatrix}$

Or : $\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\vec{u} + 3\vec{v} - 2\vec{w}$.

Donc : $\begin{cases} x_C + 2 = 0,5 \times (\text{-}4) + 3 \times 5 - 2 \times 3 \\ y_C + 3 = 0,5 \times 0 + 3 \times 2 - 2 \times (\text{-}1) \end{cases}$

$\begin{cases} x_C + 2 = \text{-}2 + 15 - 6 \\ y_C + 3 = 6 + 2 \end{cases}$

$\begin{cases} x_C + 2 = 7 \\ y_C + 3 = 8 \end{cases}$ $\begin{cases} x_C = 7 - 2 \\ y_C = 8 - 3 \end{cases}$ $\begin{cases} x_C = 5 \\ y_C = 5 \end{cases}$

Exercice 3 :

1) Ecris un algorithme qui demande les coordonnées de deux vecteurs et qui permet de déterminer s'ils sont colinéaires ou non.

Variables :	$x_{\vec{u}}$, $y_{\vec{u}}$, $x_{\vec{v}}$ et $y_{\vec{v}}$ quatre nombres réels
Entrées :	Saisir $x_{\vec{u}}$, $y_{\vec{u}}$, $x_{\vec{v}}$ et $y_{\vec{v}}$
Traitement :	Si : $x_{\vec{u}}\ y_{\vec{v}} - y_{\vec{u}}\ x_{\vec{v}} = 0$
	Alors : Afficher « Les vecteurs sont colinéaires »
	Sinon : Afficher « Les vecteurs ne sont pas colinéaires »
	Fin Si

2) Détermine si les vecteurs suivants sont colinéaires ou non.

a) $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}5\\7,5\end{pmatrix}$

$2 \times 7{,}5 - 3 \times 5 = 15 - 15 = 0$

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

b) $\vec{u}\begin{pmatrix}3\\-1\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}6\\2\end{pmatrix}$

$3 \times 2 - (-1) \times 6 = 6 + 6 = 12 \neq 0$

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires.

c) $\vec{u}\begin{pmatrix}\frac{7}{3}\\\frac{5}{4}\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}4\\\frac{15}{7}\end{pmatrix}$

$\frac{7}{3} \times \frac{15}{7} - \frac{5}{4} \times 4 = \frac{15}{3} - 5 = 5 - 5 = 0$

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

d) $\vec{u}\begin{pmatrix}2\sqrt{2}\\-1\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-4\\-\sqrt{2}\end{pmatrix}$

$2\sqrt{2} \times (-\sqrt{2}) - (-1) \times (-4) = -2 \times 2 - 4 = -4 - 4 = -8 \neq 0$

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires.

Exercice 4 : f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 6x + 5$.

On note $\mathscr{P}$ la représentation graphique de f dans un repère orthonormé (O ; I, J).

1) Détermine les variations de f puis dresse le tableau de variation de f.

$\forall x \in \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 6x + 5$.

$a = 1 \quad b = -6 \quad c = 5$

$\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{6}{2} = 3$

$\beta = f(\alpha) = 3^2 - 6 \times 3 + 5 = 9 - 18 + 5 = -9 + 5 = -4$

$a = 1 > 0$ donc la parabole représentative de f est ouverte vers le haus. Son sommet est S(3 ; -4).

On en déduit que f est :

- strictement décroissante sur]-∞ ; 3].
- strictement croissante sur [3 ; +∞[.

x	-∞		3		+∞
f		↘	-4	↗	

2) $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta = (x - 3)^2 - 4$

3) $\forall x \in \mathbb{R}$, $f(x) = (x - 3)^2 - 4 = (x - 3)^2 - 2^2 = [(x - 3) - 2][(x - 3) + 2] = (x - 3 - 2)(x - 3 + 2)$

$f(x) = (x - 5)(x - 1)$.

4) En utilisant à chaque fois la forme la plus adaptée de $f(x)$:

a) Calcule l'image de 0 et de $\sqrt{3}$.

- $f(0) = 0^2 - 6 \times 0 + 5 = 5$
- $f(\sqrt{3}) = \sqrt{3}^2 - 6\sqrt{3} + 5 = 3 - 6\sqrt{3} + 5 = 8 - 6\sqrt{3}$

b) Détermine les points d'intersection de $\mathscr{P}$ avec l'axe des abscisses puis le signe de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$.

$f(x) = 0 \iff (x - 5)(x - 1) = 0$

Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul.

$f(x) = 0 \iff x - 5 = 0$ ou $x - 1 = 0 \iff x = 5$ ou $x = 1$.

On en déduit que les points d'intersection de $\mathscr{P}$ avec l'axe des abscisses sont A(1 ; 0) et B(5 ; 0).

$\forall\, x \in \mathbb{R},\ f(x) = (x-5)(x-1)$.

- $x - 5 > 0 \Leftrightarrow x > 5$
- $x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$

On en déduit le tableau de signes ci-contre :

x	$-\infty$		1		5		$+\infty$
$x-5$		$-$		$-$	0	$+$	
$x-1$		$-$	0	$+$		$+$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

c) Résous l'équation $f(x) = -5$.

$(x-3)^2 - 4 = -5$

$(x-3)^2 = -5 + 4$

$(x-3)^2 = -1$

Or, un carré est toujours positif ou nul. Donc cette équation n'a pas de solution.

5) Construis la courbe représentative $\mathscr{P}$ de f et trace son axe de symétrie en précisant son équation.

Méthode : On construit la courbe en plaçant quelques points à partir du tableur de sa calculatrice.

x	0	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	5	0	-3	-4	-3	0	5