Nom : *Classe* : 2nde	**Devoir surveillé n°6** le 11/05/2018	*Note* : … / 22

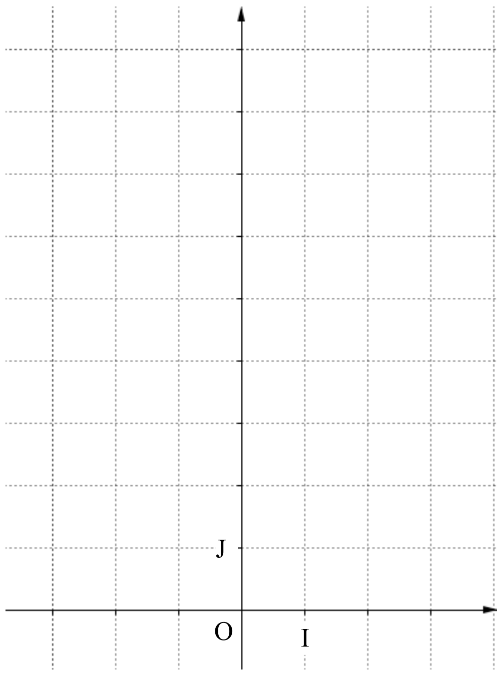
Je sais :	*Avis de l'élève* Oui	*Avis de l'élève* Non	*Avis du professeur* Oui	*Avis du professeur* Non
Fonction carré / Fonctions polynômes du 2nd degré				
Ex 1 (Fait en classe) :				
• Construire la représentation graphique de la fonction carré.				
• Dresser le tableau des variations de la fonction carré.				
• Déterminer le maximum et le minimum de la fonction carré sur un intervalle donné.				
• Résoudre graphiquement des inéquations de la forme $x^2 \leq k$ et $x^2 > k$.				
• Déterminer x^2 lorsqu'un encadrement de x est donné.				
• Déterminer les variations d'une fonction polynôme du 2nd degré.				
• Déterminer l'extremum d'une fonction polynôme du 2nd degré.				
• Résoudre une inéquation produit.				
• Déterminer le signe d'une fonction polynôme du 2nd degré.				
Ex 2 :				
• Répondre à des questions concrètes en utilisant des savoir faire mathématiques.				
• Appliquer l'algorithme de dichotomie.				
Probabilités				
Ex 3, 4 et 5 : Déterminer des probabilités.				
Ex 5 : Savoir utiliser un tableur pour simuler un lancer de dé et calculer des fréquences.				

Exercice 1 : **… / 10**

1. a) Construire dans le repère orthonormé $(\mathrm{O};\mathrm{I},\mathrm{J})$ ci-contre la représentation graphique de la fonction carré.

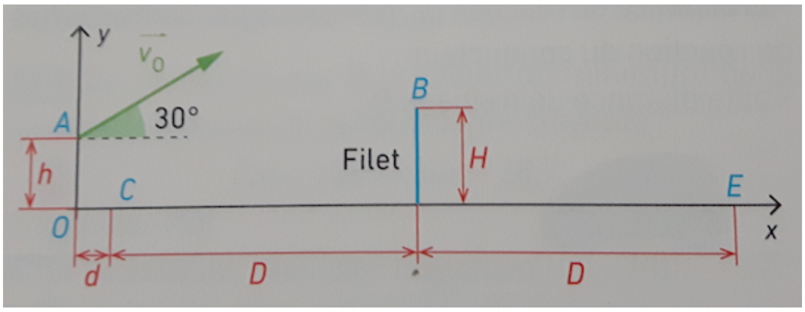
   b) Dresser le tableau de variations de la fonction carré sur l'intervalle $[-\sqrt{3}\ ;\ 7]$.
2. Quel est le maximum de la fonction carré sur l'intervalle $[-2\ ;\ 6]$? Quel est son minimum ?
3. Résoudre graphiquement les inéquations suivantes :

   a) $x^2 \leq 25$ b) $x^2 > 1$
4. Déterminer x^2 lorsque $-5 < x \leq 2$.
5. Déterminer les variations de la fonction $h : x \mapsto 2(x-5)^2+8$.
6. Démontrer que la fonction définie par $h(x) = -9x^2+36x-17$ atteint son extremum (à préciser) en $x = 2$.
7. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $-2(2x+5)(1-x) \geq 0$
8. f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (2x-5)^2-(1-3x)^2$
   Déterminer le signe de $f(x)$ selon les valeurs de x.



Exercice 2 : Un joueur de volley-ball s'entraîne au service. **… / 5**

On a représenté la situation dans le repère d'origine O ci-dessous.



Le terrain a une longueur CE = 2 × D = 18 m. La hauteur H du filet est égale à 2,43 m.
Le joueur, représenté par le segment [OA], est situé à une distance d = 1 m de la ligne de fond (représentée par le point C). Le ballon part du point A situé sur l'axe des ordonnées.
On a modélisé la trajectoire du ballon à l'aide de la fonction f définie par :

$$f(x) = -0,05x^2 + 0,6x + 2$$

où $f(x)$ désigne la hauteur atteinte lorsque la distance parcourue horizontalement est x. L'unité est le mètre.

1. Calculer la hauteur h = OA du ballon au départ de sa trajectoire.
2. Prouver que le ballon passe au dessus du filet.
3. Pour qu'un service soit valable, il faut que le ballon retombe au sol dans la partie adverse du terrain. Ainsi, pour savoir si le service est valable, on s'intéresse à l'équation $f(x) = 0$.

   a) Dresser le tableau de variations de f sur l'intervalle $[0 ; 16]$.

   b) A l'aide du tableur de la calculatrice, justifier que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution γ dans l'intervalle $[14 ; 15]$.

   c) On rappelle ci-dessous l'algorithme de dichotomie :

```
Saisir a, b, N et f
Pour i allant de 1 à N
    m ← (a+b)/2
    Si f(a) × f(m) < 0
        Alors b ← m
        Sinon a ← m
    Fin Si
Fin Pour
Afficher a et b
```

   Compléter le tableau suivant en appliquant l'algorithme avec $a = 14$, $b = 15$ et $N = 3$.

				Signe de		Test	Réaffectations	
i	a	m	b	$f(a)$	$f(m)$	$f(a) \times f(m) < 0$?	a	b

   d) Le service est-il valable ? Justifier.

Exercice 3 : **… / 1**

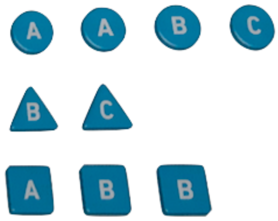
Une entreprise de démarchage par téléphone estime que le nombre de sonneries nécessaire pour qu'une personne réponde au téléphone suit le modèle de probabilité suivant :

Nombre de sonneries	1	2	3	4	5	> 5
Probabilité	0,05	0,2	0,3	0,2	0,1	

1. Déterminer la probabilité manquante dans le tableau.
2. Quelle est la probabilité qu'une personne réponde au téléphone en moins de 4 sonneries ?

Exercice 4 : **… / 3**

Un sac contient les jetons suivants :



Un jeton tombe du sac au hasard et on s'intéresse aux évènements suivants :

- F : « Le jeton est de forme carrée »
- G : « Le jeton porte la lettre B »
- H : « Le jeton porte une consonne »
- K : « Le jeton est de forme triangulaire »

1. Quelle est la probabilité de l'évènement H ?
2. Décrire l'évènement $\overline{H}$ et donner sa probabilité.
3. Quelle est la probabilité de l'évènement $F \cap G$?
4. Quelle est la probabilité de l'évènement $F \cap K$?
5. Quelle est la probabilité de l'évènement $G \cup F$?

Exercice 5 : **… / 3**

A l'aide d'un tableur, on a simulé 100 lancers d'un dé tétraédrique régulier et bien équilibré.
On a obtenu les résultats suivants :

	A	B	C	D	E	F	G
1	Simulation		Face obtenue	1	2	3	4
2	2		Fréquence associée	0,3	0,23	0,17	0,3
3	1						
4	1						
5	3						
6	4						

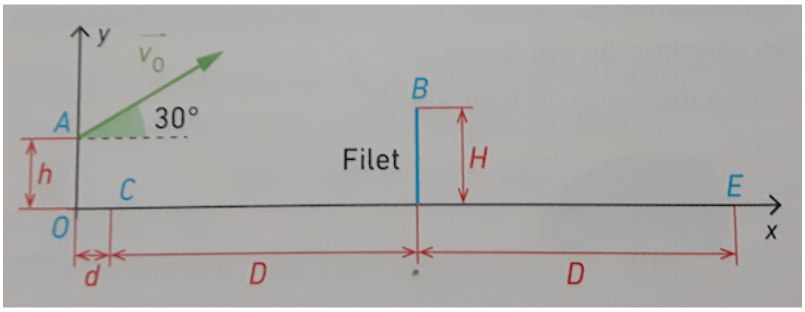
1. Quelle formule a-t-on saisie en A2 puis étirée vers le bas pour simuler le lancer de dé ?
2. Quelle formule doit-on saisir en D2 pour pouvoir, en l'étirant jusqu'à G2, obtenir les fréquences d'apparition de chaque face directement et en une seule fois ?
3. a) Que constaterait-on en relançant la simulation ?

   b) L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse ? Justifier.
   « A chaque lancer, la probabilité d'obtenir un 1 ou un 4 est plus forte que celle d'obtenir un 2 ou un 3 »

Correction du DS n°6

Exercice 1 : Voir les corrections des exercices figurant dans le cahier de cours.

Exercice 2 : Un joueur de volley-ball s'entraîne au service.
On a représenté la situation dans le repère d'origine O ci-dessous.



Le terrain a une longueur CE = 2 × D = 18 m. La hauteur H du filet est égale à 2,43 m.
Le joueur, représenté par le segment [OA], est situé à une distance d = 1 m de la ligne de fond (représentée par le point C). Le ballon part du point A situé sur l'axe des ordonnées.
On a modélisé la trajectoire du ballon à l'aide de la fonction f définie par :

$$f(x) = -0,05x^2 + 0,6x + 2$$

où $f(x)$ désigne la hauteur atteinte lorsque la distance parcourue horizontalement est x. L'unité est le mètre.

1. Calculer la hauteur h = OA du ballon au départ de sa trajectoire.

h = $f(0) = -0,05 \times 0^2 + 0,6 \times 0 + 2 = 2$

2. Prouver que le ballon passe au dessus du filet.

Le filet est à une distance d + D du joueur qui réalise le service.
On sait que : d = 1 et que : 2 × D = 18
On en déduit : D = 9 et : d + D = 10.
Pour savoir si le ballon passe au dessus du filet, il faut calculer sa hauteur lorsque $x = 10$.
$f(10) = -0,05 \times 10^2 + 0,6 \times 10 + 2 = -5 + 6 + 2 = 3$
Or la hauteur H du filet est égale à 2,43 m.
3 > 2,43 donc le ballon passe au dessus du filet.

3. Pour qu'un service soit valable, il faut que le ballon retombe au sol dans la partie adverse du terrain. Ainsi, pour savoir si le service est valable, on s'intéresse à l'équation $f(x) = 0$.

a) Dresser le tableau de variations de f sur l'intervalle $[0\,;16]$.

$\forall\, x \in [0\,;16]$, $f(x) = -0,05x^2 + 0,6x + 2$
On pose : $a = -0,05 \quad b = 0,6 \quad c = 2$
$\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{-0,6}{2\times(-0,05)} = 6$
$\beta = f(6) = -0,05 \times 6^2 + 0,6 \times 6 + 2 = 3,8$
$a = -0,05 < 0$ On en déduit le tableau de variations suivant :

x	0	6	16
$f(x)$	0 ↗	3,8	↘ -1,2

b) A l'aide du tableur de la calculatrice, justifier que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution γ dans l'intervalle $[14\,;15]$.

A l'aide du tableur de la calculatrice on peut lire : $f(14) = 0,6$ et $f(15) = -0,25$.
$f(x)$ change de signe sur l'intervalle $[14\,;15]$ donc l'équation $f(x) = 0$ admet une solution γ dans $[14\,;15]$.

c) On rappelle ci-dessous l'algorithme de dichotomie :

Saisir a, b, N et f
Pour i allant de 1 à N
    $m \leftarrow \frac{a+b}{2}$
    Si $f(a) \times f(m) < 0$
        Alors $b \leftarrow m$
        Sinon $a \leftarrow m$
    Fin Si
Fin Pour
Afficher a et b

Compléter le tableau suivant en appliquant l'algorithme avec $a = 14$, $b = 15$ et $N = 3$.

				Signe de		Test	Réaffectations	
i	a	m	b	$f(a)$	$f(m)$	$f(a) \times f(m) < 0$?	a	b
1	14	$14,5$	15	$+$	$+$	FAUX	$14,5$	15
2	$14,5$	$14,75$	15	$+$	$-$	VRAI	$14,5$	$14,75$
3	$14,5$	$14,625$	$14,75$	$+$	$+$	FAUX	$14,625$	$14,75$

d) Le service est-il valable ? Justifier.

L'algorithme de dichotomie permet d'encadrer la solution γ de l'équation $f(x) = 0$:

$$14,625 < \gamma < 14,75$$

On en déduit que le ballon retombe au sol à une distance comprise entre $14,625$ m et $14,75$ m du joueur qui a servi. En enlevant la distance d qui séparait le joueur de sa ligne de fond, le ballon est retombé à une distance comprise entre $13,625$ m et $13,75$ m de la ligne de fond. On se situe dans l'intervalle $[9 ; 18]$ qui délimite la partie adverse du terrain. On en conclut que le service est valable.

Exercice 3 :

Une entreprise de démarchage par téléphone estime que le nombre de sonneries nécessaire pour qu'une personne réponde au téléphone suit le modèle de probabilité suivant :

Nombre de sonneries	1	2	3	4	5	> 5
Probabilité	0,05	0,2	0,3	0,2	0,1	

1. Déterminer la probabilité manquante dans le tableau.

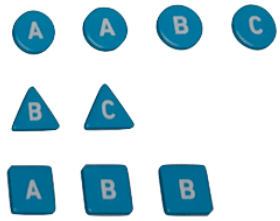
La somme des probabilités de toutes les issues possibles vaut 1.
$1 - (0,05 + 0,2 + 0,3 + 0,2 + 0,1) = 1 - 0,85 = 0,15$
La probabilité qu'une personne réponde au téléphone après 5 sonneries est $0,15$.

2. Quelle est la probabilité qu'une personne réponde au téléphone en moins de 4 sonneries ?

Une personne répond au téléphone en moins de 4 sonneries si elle répond en 1, 2 ou 3 sonneries.
On additionne les probabilités correspondantes :
$0,05 + 0,2 + 0,3 = 0,55$
Donc la probabilité qu'une personne réponde en moins de 4 sonneries est $0,55$.

Exercice 4 :

Un sac contient les jetons ci-contre :



Un jeton tombe du sac au hasard et on s'intéresse aux évènements suivants :

- F : « Le jeton est de forme carrée »
- G : « Le jeton porte la lettre B »
- H : « Le jeton porte une consonne »
- K : « Le jeton est de forme triangulaire »

1. Quelle est la probabilité de l'évènement H ?

Les lettres B et C sont des consonnes. Parmi les 9 jetons au total, on en compte 6 qui portent des consonnes.
Donc $P(H) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

2. Décrire l'évènement $\overline{H}$ et donner sa probabilité.

$\overline{H}$ est l'évènement « Le jeton porte une voyelle ».
$P(\overline{H}) = 1 - P(H) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

3. Quelle est la probabilité de l'évènement $F \cap G$?

$F \cap G$ est l'évènement « Le jeton est de forme carrée et porte la lettre B ».
Parmi les 9 jetons au total, on n'en compte que 2 qui réalisent cet événement.
Donc $P(F \cap G) = \frac{2}{9}$

4. Quelle est la probabilité de l'évènement $F \cap K$?

$F \cap K$ est l'évènement « Le jeton est de forme carrée et triangulaire ».
Cet événement est impossible. On peut noter : $F \cap K = \varnothing$.
Donc $P(F \cap K) = 0$

5. Quelle est la probabilité de l'évènement $G \cup F$?

$G \cup F$ est l'évènement « Le jeton est de forme carrée ou il porte la lettre B ».
$P(G \cup F) = P(G) + P(F) - P(F \cap G) = \frac{4}{9} + \frac{3}{9} - \frac{2}{9} = \frac{5}{9}$

Exercice 5 :

A l'aide d'un tableur, on a simulé 100 lancers d'un dé tétraédrique régulier et bien équilibré.
On a obtenu les résultats ci-contre :

	A	B	C	D	E	F	G
1	**Simulation**		**Face obtenue**	1	2	3	4
2	2		**Fréquence associée**	0,3	0,23	0,17	0,3
3	1						
4	1						
5	3						
6	4						

1. Quelle formule a-t-on saisie en A2 puis étirée vers le bas pour simuler le lancer de dé ?

En A2 on saisit =ALEA.ENTRE.BORNES(1;4)

2. Quelle formule doit-on saisir en D2 pour pouvoir, en l'étirant jusqu'à G2, obtenir les fréquences d'apparition de chaque face directement et en une seule fois ?

En D2 on saisit =NB.SI($A2:$A101;D1)/100

3. a) Que constaterait-on en relançant la simulation ?

En relançant la simulation on constaterait que les fréquences d'apparition de chaque face varieraient.

b) L'affirmation suivante est-elle vraie ou fausse ? Justifier.
« A chaque lancer, la probabilité d'obtenir un 1 ou un 4 est plus forte que celle d'obtenir un 2 ou un 3 »

Puisque le dé est régulier est bien équilibré il n'est pas truqué et chaque face à la même probabilité d'apparaître, à savoir $\frac{1}{4}$. Ainsi, la probabilité d'obtenir un 1 ou un 4 est $\frac{1}{2}$. C'est la même probabilité que d'obtenir un 2 ou un 3. L'affirmation est donc fausse.