Nom : | **DS n°7** | Note :
Classe : 2^{nde} 5 | le 02/05/2022 | … / 20

Compétences évaluées :	Avis du professeur : Non maîtrisée → Bien maîtrisée
Connaitre le cours (vocabulaire, définitions, propriétés et remarques)	→
S'approprier les exercices / les méthodes travaillé(e)s en classe.	→
Compétences du livret scolaire :	
• (C1) Mener une recherche de façon autonome.	Non évaluée
• (C2) Modéliser, faire une simulation, valider ou invalider un modèle.	Non évaluée
• (C3) Représenter, choisir un cadre, changer de registre.	Non évaluée
• (C4) Calculer, appliquer des techniques, mettre en œuvre des algorithmes.	→
• (C5) Raisonner, argumenter en exerçant un regard critique, démontrer.	→
• (C6) Communiquer à l'écrit en utilisant un langage rigoureux et des outils pertinents.	→
• (C7) Communiquer à l'oral en utilisant un langage rigoureux et des outils pertinents.	Non évaluée

La calculatrice est interdite.

Contrôle de la connaissance du cours et du vocabulaire : **… / 6**

1. a) Quel est le sens de variations de la fonction carré sur l'intervalle $]-\infty\ ; 0]$?
   ……………………………………………………………………………………………

   b) La courbe représentative de la fonction carré s'appelle une ……………

   c) Le point de cette courbe qui coïncide avec l'origine du repère s'appelle son ……………

   d) La fonction carré vérifie la relation $f(-x) =$ ...
   Pour cette raison, on dit que c'est une fonction ………
   Ce qui a pour conséquence graphique que sa courbe représentative est ………………………………
   ……………………………………………………………………………………………

   e) Deux nombres négatifs sont rangés dans ……………………………… de leurs carrés.
   Si $a < b < 0$ alors ……………………

2. a) Quel est le sens de variations de la fonction cube ?
   ……………………………………………………………………………………………

   b) La fonction cube vérifie la relation $f(-x) =$ ...
   Pour cette raison, on dit que c'est une fonction ………
   Ce qui a pour conséquence graphique que sa courbe représentative est ………………………………
   ……………………………………………………………………………………………

   c) Soit a un réel quelconque. $x^3 = a \iff x =$ ...

3. a) La fonction ………… est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x$

   b) Si $0 < x < 1$ alors x ... x^2 ... x^3
   Ce qui a pour conséquence graphique que la courbe représentative de la fonction ………… est située …………………… de celle de la fonction carré qui est située …………………… de celle de la fonction cube sur l'intervalle ouvert …………

4. a) Soient I et J deux intervalles.
   I ∩ J se dit « I ……… J ». C'est l'ensemble des réels qui sont dans I … dans J.

   b) $\mathbb{R}^*$ = ……………………

Nom : | **DS n°7** | Note :
Classe : 2^{nde} 5 | le 02/05/2022 | … / 20

Exercice 1 (EC) : **… / 4**

1. a) Le point $A(4\ ;\ 2)$ appartient-il à la courbe représentative de la fonction carré ? Justifier.

   b) Le point $D(-0,5\ ;\ \frac{-1}{8})$ appartient-il à la courbe représentative de la fonction cube ? Justifier.

2. a) Dresser le tableau de variation de la fonction carré sur l'intervalle $[-\sqrt{5}\ ;\ -1]$.

   b) Compléter, en justifiant : Si $-8 < x < 8$ alors ………………

3. Calculer, en détaillant les étapes, les images des nombres suivants par la fonction cube.

   a) 10^{-3} c) $4\sqrt{5}$

4. Résoudre $27 \leq x^3 \leq 216$

Exercice n°2 : Résoudre les inéquations suivantes. **… / 4**

a) $(3x-5)(-2x-7) \leq 0$ b) $-2(5x+8)+(5x+8)(3x+4) < 0$

Exercice n°3 : **… / 3**

Accoudée à son balcon, Margaux laisse échapper son téléphone portable.
La hauteur par rapport au sol, exprimée en mètre, à laquelle se situe le téléphone au bout de t secondes de chute est donnée par la relation $h(t) = -4,905\,t^2 + 15$.

1. De quelle hauteur Margaux a-t-elle lâché son téléphone ?
2. Combien de temps s'écoule-t-il avant que le téléphone atteigne le sol ? Arrondir au dixième près.

Exercice n°4 : **… / 3**

Le diamètre d de la planète Mercure, que l'on assimile à une boule, est d'environ $4,9 \times 10^3$ km. On rappelle que la formule $\mathcal{V} = \frac{4}{3}\pi r^3$ permet de calculer le volume $\mathcal{V}$ d'une boule de rayon r. Les questions suivantes sont indépendantes.

1. Exprimer $\mathcal{V}$ en fonction de d.
2. a) Compléter la fonction Python ci-dessous afin qu'elle permette de déterminer le volume d'une boule de rayon r.

```python
from math import pi

def v_boule(r):
    return ...
```

   b) Que faut-il saisir dans la console Python pour obtenir le volume de Mercure, au km^3 près ? Donner le résultat obtenu, en notation scientifique arrondie au dixième.

3. **Bonus :** Le volume de la Terre, également assimilable à celui d'une boule, est d'environ $1\,083 \times 10^9$ km^3. Déterminer une estimation de son rayon, au km près. **… / 1,5**

Correction

Contrôle de la connaissance du cours et du vocabulaire :

1. a) Quel est le sens de variations de la fonction carré sur l'intervalle $]-\infty\ ;0]$?
   La fonction carré est décroissante sur $]-\infty\ ;0]$.
   b) La courbe représentative de la fonction carré s'appelle une parabole.
   c) Le point de cette courbe qui coïncide avec l'origine du repère s'appelle son sommet.
   d) La fonction carré vérifie la relation $f(-x) = f(x)$
   Pour cette raison, on dit que c'est une fonction paire.
   Ce qui a pour conséquence graphique que sa courbe représentative est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.
   e) Deux nombres négatifs sont rangés dans l'ordre inverse de leurs carrés.
   Si $a < b < 0$ alors $a^2 > b^2$
2. a) Quel est le sens de variations de la fonction cube ?
   La fonction cube est croissante sur $\mathbb{R}$.
   b) La fonction cube vérifie la relation $f(-x) = -f(x)$
   Pour cette raison, on dit que c'est une fonction impaire.
   Ce qui a pour conséquence graphique que sa courbe représentative est symétrique par rapport à l'origine du repère.
   c) Soit a un réel quelconque. $x^3 = a \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{a}$
3. a) La fonction identité est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x$
   b) Si $0 < x < 1$ alors $x > x^2 > x^3$
   Ce qui a pour conséquence graphique que la courbe représentative de la fonction identité est située au dessus de celle de la fonction carré qui est située au dessus de celle de la fonction cube sur l'intervalle ouvert $]0;1[$.
4. a) Soient I et J deux intervalles.
   I ∩ J se dit « I inter J ». C'est l'ensemble des réels qui sont dans I et dans J.
   b) $\mathbb{R}^* =]-\infty\ ;0[\cup]0;+\infty[$.

Exercice 1 (EC) :

1. a) Voir la correction de l'exercice 3 du cours.
   b) Voir la correction de l'exercice 11 du cours.
2. a) Voir la correction de l'exercice 4 du cours.
   b) Voir la correction de l'exercice 6 du cours.
3. Voir la correction de l'exercice 10 du cours.
4. Voir la correction de l'exercice 15 du cours.

Exercice n°2 : Résoudre les inéquations suivantes.

a) $(3x-5)(-2x-7) \leq 0$

D'une part : $3x-5 > 0 \Leftrightarrow 3x > 5 \Leftrightarrow x > \dfrac{5}{3}$

D'autre part : $-2x-7 > 0 \Leftrightarrow -2x > 7 \Leftrightarrow x < \dfrac{-7}{2}$

On en déduit le tableau des signes de $(3x-5)(-2x-7)$:

x	$-\infty$		$\frac{-7}{2}$		$\frac{5}{3}$		$+\infty$
$3x-5$		$-$		$-$	0	$+$	
$-2x-7$		$+$	0	$-$		$-$	
$(3x-5)(-2x-7)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$(3x-5)(-2x-7) \leq 0 \Leftrightarrow x \in]-\infty\ ;\dfrac{-7}{2}] \cup [\dfrac{5}{3};+\infty[$

b) $-2(5x+8)+(5x+8)(3x+4) < 0$

$(5x+8)(-2+3x+4) < 0$

$(5x+8)(3x+2) < 0$

D'une part : $5x+8 > 0 \Leftrightarrow 5x > -8 \Leftrightarrow x > \dfrac{-8}{5}$

D'autre part : $3x+2 > 0 \Leftrightarrow 3x > -2 \Leftrightarrow x > \dfrac{-2}{3}$

On en déduit le tableau des signes de $(5x+8)(3x+2)$:

x	$-\infty$		$\frac{-8}{5}$		$\frac{-2}{3}$		$+\infty$
$5x+8$		$-$	0	$+$		$+$	
$3x+2$		$-$		$-$	0	$+$	
$(5x+8)(3x+2)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$(3x-5)(-2x-7) < 0 \Leftrightarrow x \in]\dfrac{-8}{5};\dfrac{-2}{3}[$

Exercice n°3 :

Accoudée à son balcon, Margaux laisse échapper son téléphone portable.
La hauteur par rapport au sol, exprimée en mètre, à laquelle se situe le téléphone au bout de t secondes de chute est donnée par la relation $h(t) = -4,905\,t^2 + 15$.

1. De quelle hauteur Margaux a-t-elle lâché son téléphone ?

Margaux lâche son téléphone à l'instant $t = 0$
$h(0) = -4,905 \times 0^2 + 15 = 15$
Donc Margaux à lâché son téléphone à une hauteur de 15 m.

2. Combien de temps s'écoule-t-il avant que le téléphone atteigne le sol ? Arrondir au dixième près.

On résout $h(t) = 0$:
$-4,905\,t^2 + 15 = 0 \iff -4,905\,t^2 = -15 \iff t^2 = \dfrac{-15}{-4,905} \iff t^2 = \dfrac{-15}{-4,905} \iff t^2 = \dfrac{1\,000}{327}$
On en déduit $t = \sqrt{\dfrac{1\,000}{327}} \approx 1,7$ ou $t = -\sqrt{\dfrac{1\,000}{327}} \approx -1,7$
Or, la durée de la chute du téléphone ne peut être négative.
On en déduit que la chute du téléphone à duré environ $1,7$ s.

Exercice n°4 :

Le diamètre d de la planète Mercure, que l'on assimile à une boule, est d'environ $4,9 \times 10^3$ km. On rappelle que la formule $\mathcal{V} = \dfrac{4}{3}\pi r^3$ permet de calculer le volume $\mathcal{V}$ d'une boule de rayon r. Les questions suivantes sont indépendantes.

1. Exprimer $\mathcal{V}$ en fonction de d.

Un diamètre est le double d'un rayon donc $r = \dfrac{d}{2}$. On en déduit :
$\mathcal{V} = \dfrac{4}{3}\pi r^3 = \dfrac{4}{3}\pi\left(\dfrac{d}{2}\right)^3 = \dfrac{4}{3}\pi\dfrac{d^3}{2^3} = \dfrac{4}{3}\pi\dfrac{d^3}{8} = \dfrac{4}{3\times 8}\pi\, d^3 = \dfrac{4}{24}\pi\, d^3 = \dfrac{1}{6}\pi\, d^3$

2. a) La fonction Python ci-dessous, complétée, permet de déterminer le volume d'une boule de rayon r.

```python
from math import pi

def v_boule(r):
    return 4/3*pi*r**3
```

b) Que faut-il saisir dans la console Python pour obtenir le volume de Mercure, au km³ près ?
Donner le résultat obtenu, en notation scientifique arrondie au dixième.

Le diamètre de Mercure est d'environ $4,9 \times 10^3$ km. On en déduit que son rayon est d'environ $2,45 \times 10^3$ km.
Ainsi, pour obtenir le volume de Mercure, au km³ près, on tape :

```
>>> v_boule(2.45*10**3)
61600872350.36426
```

Le résultat obtenu indique que le volume de Mercure est d'environ $6,2 \times 10^{10}$ km³.

3. **Bonus :** Le volume de la Terre, également assimilable à celui d'une boule, est d'environ $1\,083 \times 10^9$ km³.
Déterminer une estimation de son rayon, au km près.

On résout $\mathcal{V} = 1\,083 \times 10^9$:
$\dfrac{4}{3}\pi r^3 = 1\,083 \times 10^9 \iff \pi r^3 = 1\,083 \times 10^9 \times \dfrac{3}{4} \iff \pi r^3 = \dfrac{3\,249}{4} \times 10^9 \iff r^3 = \dfrac{3\,249}{4\,\pi} \times 10^9$
$r = \sqrt[3]{\dfrac{3\,249}{4\,\pi} \times 10^9} \iff r \approx 6\,371$
Ainsi, le rayon de la Terre est d'environ $6\,371$ km.