Nom :
Classe : 1ère Spé maths G1

Test n°2
Fonctions du 2nd degré
le 17/10/2019

Note :
… / 20

	Evaluation des capacités	
Je sais :	Non	Oui
Les définitions, le vocabulaire et les propriétés du cours.	→	
Appliquer les méthodes du cours / Refaire et réussir les exercices travaillés en classe.	→	

Cours : Compléter les éléments du cours suivants. **… / 5,5**

1. Soient a, b et c trois réels (avec …………).
   Toute fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$ est appelée ……………………………………
2. L'écriture $ax^2 + bx + c$ s'appelle la forme …………………… de $f(x)$.
3. Toute fonction de ce type peut aussi s'écrire sous forme canonique : $f(x)$ = …………………………
   où α et β sont les réels tels que : α = …… et β = ……
4. La représentation graphique d'une telle fonction s'appelle une …………………
   Son ………………… S a pour coordonnées ………… et pour axe de symétrie ………………
5. Le sens de variation d'une telle fonction dépend du …………… de a :
   - Si $a > 0$

x	… … …
$f(x)$	

   - Si $a < 0$

x	… … …
$f(x)$	

6. Le discriminant de f est le réel Δ définie par : Δ = ………………

Exercice 1 : La fonction suivante est elle une fonction polynôme du 2nd degré ? Justifier. **… / 2**

$$h(x) = 6(-2x + 7)^2 - (3x + 4)(8x - 5)$$

……
……
……
……
……
……
……
……
……
……
……

Exercice 2 : Déterminer la forme canonique de la fonction définie ci-dessous. **… / 1,5**

$$f(x) = 3x^2 + 6x + 9$$

Indication : Appliquer directement les formules du cours pour les calculs de α et β.

……
……
……
……
……
……
……
……
……

Exercice 3 : Appliquer la méthode de complétion du carré pour déterminer la forme canonique. **… / 2,5**

$$g(x) = 3x^2 - 4x + 5$$

Exercice 4 : La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2x^2 - 4x - 6$. **… / 5**

1. a) Démontrer que pour tout réel x, on a : $f(x) = 2(x-1)^2 - 8$.

   b) On admet que pour tout réel x, on a aussi : $f(x) = 2(x+1)(x-3)$.

2. Utiliser la forme la plus adaptée de $f(x)$ pour déterminer les images de -1, de 0, de 1 et de $\sqrt{3}$.

3. Déterminer, en utilisant la forme la plus adaptée de $f(x)$, les antécédents éventuels de 0 et de - 4.

Exercice 5 : Déterminer les variations des fonctions suivantes. **… / 3,5**

a) $g(x) = -4x^2 + 4x - 7$

b) $h(x) = 2(x-5)^2 + 8$

Correction du Test n°2

Cours : Compléter les éléments du cours suivants.

1. Soient a, b et c trois réels (avec $a \neq 0$).
   Toute fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$ est appelée fonction polynôme du 2nd degré.
2. L'écriture $ax^2 + bx + c$ s'appelle la forme développée de $f(x)$.
3. Toute fonction de ce type peut aussi s'écrire sous forme canonique : $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$
   où α et β sont les réels tels que : $\alpha = \dfrac{-b}{2a}$ et $\beta = f(\alpha)$
4. La représentation graphique d'une telle fonction s'appelle une parabole.
   Son sommet S a pour coordonnées $(\alpha\ ;\ \beta)$ et pour axe de symétrie $x = \alpha$
5. Le sens de variation d'une telle fonction dépend du signe de a :
   - Si $a > 0$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	β	$\nearrow$	$+\infty$

   - Si $a < 0$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	β	$\searrow$	$-\infty$

6. Le discriminant de f est le réel Δ définie par : $\Delta = b^2 - 4ac$

Exercice 1 : La fonction suivante est elle une fonction polynôme du 2nd degré ? Justifier.

$$h(x) = 6(-2x + 7)^2 - (3x + 4)(8x - 5)$$

$h(x) = 6(-2x + 7)^2 - (3x + 4)(8x - 5)$
$h(x) = 6(4x^2 - 28x + 49) - (24x^2 - 15x + 32x - 20)$
$h(x) = 24x^2 - 168x + 294 - 24x^2 + 15x - 32x + 20$
$h(x) = -185x + 314$
h n'est pas une fonction polynôme du 2nd degré mais une fonction affine.

Exercice 2 : Déterminer la forme canonique de la fonction définie ci-dessous.

$$f(x) = 3x^2 + 6x + 9$$

Indication : Appliquer directement les formules du cours pour les calculs de α et β.

$f(x) = 3x^2 + 6x + 9$
$a = 3$, $b = 6$ et $c = 9$
$\alpha = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-6}{6} = -1$
$\beta = f(\alpha) = 3 \times (-1)^2 + 6 \times (-1) + 9 = 3 - 6 + 9 = 6$
$f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta = 3(x - (-1))^2 + 6 = 3(x + 1)^2 + 6$

Exercice 3 : Appliquer la méthode de complétion du carré pour déterminer la forme canonique.

$$g(x) = 3x^2 - 4x + 5$$

$g(x) = 3x^2 - 4x + 5$
$g(x) = 3(x^2 - \dfrac{4}{3}x + \dfrac{5}{3})$
$g(x) = 3(x^2 - 2 \times \dfrac{2}{3}x + \dfrac{5}{3})$
$g(x) = 3((x - \dfrac{2}{3})^2 - \left(\dfrac{2}{3}\right)^2 + \dfrac{5}{3})$
$g(x) = 3((x - \dfrac{2}{3})^2 - \dfrac{4}{9} + \dfrac{15}{9}) = 3((x - \dfrac{2}{3})^2 + \dfrac{11}{9}) = 3(x - \dfrac{2}{3})^2 + \dfrac{33}{9} = 3(x - \dfrac{2}{3})^2 + \dfrac{11}{3}$

Exercice 4 : La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2x^2 - 4x - 6$.

1. a) Démontrer que pour tout réel x, on a : $f(x) = 2(x-1)^2 - 8$.

$\forall\, x \in \mathbb{R}$, A $= 2(x-1)^2 - 8$
A $= 2(x^2 - 2x + 1) - 8$
A $= 2x^2 - 4x + 2 - 8$
A $= 2x^2 - 4x - 6 = f(x)$

b) On admet que pour tout réel x, on a aussi : $f(x) = 2(x+1)(x-3)$.

2. Utiliser la forme la plus adaptée de $f(x)$ pour déterminer les images de -1, de 0, de 1 et de $\sqrt{3}$.

$f(-1) = 2(-1+1)(-1-3) = 2 \times 0 \times (-4) = 0$
$f(0) = 2 \times 0^2 - 4 \times 0 - 6 = -6$
$f(1) = 2(1-1)^2 - 8 = 2 \times 0^2 - 8 = -8$
$f(\sqrt{3}) = 2 \times \sqrt{3}^2 - 4 \times \sqrt{3} - 6 = 2 \times 3 - 4\sqrt{3} + 6 = 6 - 4\sqrt{3} + 6 = -4\sqrt{3}$

3. Déterminer, en utilisant la forme la plus adaptée de $f(x)$, les antécédents éventuels de 0 et de -4.

$f(x) = 0$
$2(x+1)(x-3) = 0$
Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul.
$2 \neq 0$ donc $x + 1 = 0$ ou $x - 3 = 0$
$x = -1$ ou $x = 3$
Les antécédents de 0 par f sont -1 et 3.

$f(x) = -4$
$2(x-1)^2 - 8 = -4$
$2(x-1)^2 = -4 + 8$
$2(x-1)^2 = 4$
$(x-1)^2 = 2$
$x - 1 = \sqrt{2}$ ou $x - 1 = -\sqrt{2}$
$x = 1 + \sqrt{2}$ ou $x = 1 - \sqrt{2}$
Les antécédents de -4 par f sont $1 + \sqrt{2}$ et $1 - \sqrt{2}$.

Exercice 5 : Déterminer les variations des fonctions suivantes.

a) $g(x) = -4x^2 + 4x - 7$

$a = -4$, $b = 4$ et $c = -7$
$a < 0$ donc la parabole représentative $\mathscr{P}$ de g est ouverte vers le bas.
$\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{-8} = \frac{1}{2}$
$\beta = f(\alpha) = -4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 4 \times \frac{1}{2} - 7$
$\beta = f(\alpha) = -4 \times \frac{1}{4} + 2 - 7 = -1 - 5 = -6$
On en déduit le tableau de variations suivant :

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$g(x)$	$-\infty$ ↗	-6	↘ $-\infty$

b) $h(x) = 2(x-5)^2 + 8$

$a = 2 > 0$ donc la parabole représentative $\mathscr{P}$ de h est ouverte vers le haut.
$\alpha = 5$ et $\beta = 8$
On en déduit le tableau de variations suivant :

x	$-\infty$	5	$+\infty$
$h(x)$	$+\infty$ ↘	8	↗ $+\infty$