Nom : **Test n°1** *Note* :

Classe : Tle ES – Spé Maths le 22/09/2016 … / 10

	Avis de l'élève		*Avis du professeur*	
Compétences évaluées	***Oui***	***Non***	***Oui***	***Non***
Calculer le coefficient directeur d'une droite.				
Traduire des contraintes par des équations.				
Résoudre un système d'équations.				

Exercice 1 : **… / 5**

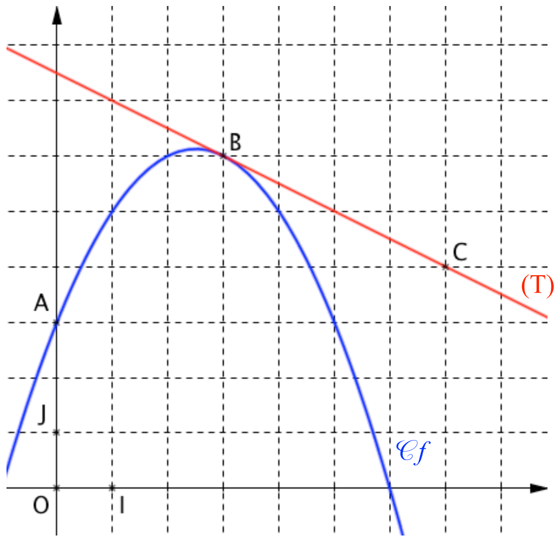
On considère une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

où a, b et c sont trois réels à déterminer.

Sa courbe représentative $\mathscr{C}f$ est donnée ci-contre. On sait que :

- Le point $A(0;3)$ appartient à $\mathscr{C}f$.
- (T) est la tangente à $\mathscr{C}f$ en $B(3;6)$.
- Le point $C(7;4)$ appartient à (T).



1) a) Déterminer $f'(x)$ en fonction de a, b et x.

………………………………………………………………

b) Calculer le coefficient directeur de (T).

………………………………………………………………

2) Justifier que les réels a, b et c sont solutions du système :

$$(S) : \begin{cases} c = 3 \\ 9a + 3b + c = 6 \\ 6a + b = -0,5 \end{cases}$$

………………………………………………………………
………………………………………………………………
………………………………………………………………
………………………………………………………………
………………………………………………………………
………………………………………………………………
………………………………………………………………
………………………………………………………………
………………………………………………………………
………………………………………………………………
………………………………………………………………
………………………………………………………………
………………………………………………………………
………………………………………………………………
………………………………………………………………

3) Résoudre le système (S) et en déduire $f(x)$.

………………………………………………………………
………………………………………………………………
………………………………………………………………
………………………………………………………………
………………………………………………………………
………………………………………………………………
………………………………………………………………
………………………………………………………………
………………………………………………………………
………………………………………………………………

Exercice 2 : Résoudre par substitution les systèmes suivants. **… / 3**

a) $\begin{cases} 4x - y = 13 \\ x - 3y = \text{-}13 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \text{-}2x - y = \text{-}12 \\ 3x + 5y = 11 \end{cases}$

Exercice 3 : Résoudre par combinaison le système suivant. **… / 2**

$\begin{cases} \text{-}3a + 5b = 1 \\ 4a - 15b = \text{-}18 \end{cases}$

Correction du Test n°1

Exercice 1 :

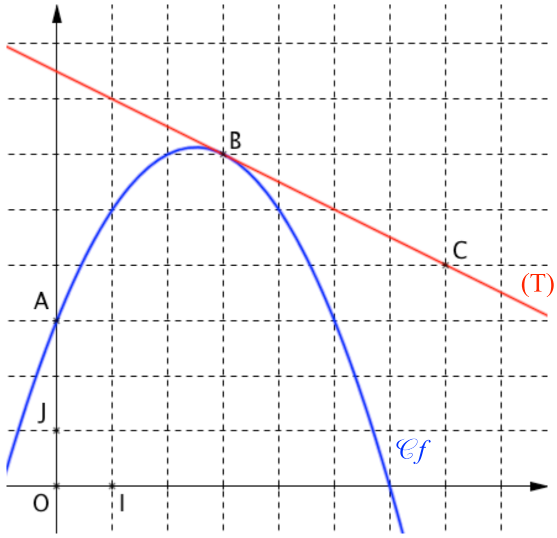
On considère une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

où a, b et c sont trois réels à déterminer.

Sa courbe représentative $\mathscr{C}f$ est donnée ci-contre. On sait que :

- Le point $A(0;3)$ appartient à $\mathscr{C}f$.
- (T) est la tangente à $\mathscr{C}f$ en $B(3;6)$.
- Le point $C(7;4)$ appartient à (T).



1) a) Déterminer $f'(x)$ en fonction de a, b et x.

$\forall\, x \in \mathbb{R}$, $f(x) = ax^2 + bx + c$ donc : $f'(x) = 2ax + b$

b) Calculer le coefficient directeur de (T).

$\frac{y_B - y_C}{x_B - x_C} = \frac{6-4}{3-7} = \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2} = -0,5$

2) Justifier que les réels a, b et c sont solutions du système :

$$(S) : \begin{cases} c = 3 \\ 9a + 3b + c = 6 \\ 6a + b = -0,5 \end{cases}$$

- $A(0;3) \in \mathscr{C}f$ donc : $f(0) = 3$
  donc : $a \times 0^2 + b \times 0 + c = 3$
  donc : $c = 3$

- $B(3;6) \in \mathscr{C}f$ donc : $f(3) = 6$
  donc : $a \times 3^2 + b \times 3 + c = 6$
  donc : $9a + 3b + c = 6$

- (T) est la tangente à $\mathscr{C}f$ au point B d'abscisse 3 et le coefficient directeur de (T) est $-0,5$
  donc : $f'(3) = -0,5$
  donc : $2a \times 3 + b = -0,5$
  donc : $6a + b = -0,5$

3) Résoudre le système (S) et en déduire $f(x)$.

$$\begin{cases} c = 3 \\ 9a + 3b + c = 6 \\ 6a + b = -0,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6a + b = -0,5 \\ 9a + 3b + 3 = 6 \\ c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -0,5 - 6a \\ 9a + 3b + 3 = 6 \\ c = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = -0,5 - 6a \\ 9a + 3(-0,5 - 6a) + 3 = 6 \\ c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -0,5 - 6a \\ 9a - 1,5 - 18a + 3 = 6 \\ c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -0,5 - 6a \\ -9a + 1,5 = 6 \\ c = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b = -0,5 - 6a \\ -9a = 6 - 1,5 \\ c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -0,5 - 6a \\ -9a = 4,5 \\ c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -0,5 - 6a \\ a = \frac{4,5}{-9} \\ c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -0,5 - 6a \\ a = -0,5 \\ c = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -0,5 \\ b = -0,5 - 6 \times (-0,5) \\ c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -0,5 \\ b = -0,5 + 3 \\ c = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -0,5 \\ b = 2,5 \\ c = 3 \end{cases}$$

<u>Finalement</u> : $\forall\, x \in \mathrm{R}$, $f(x) = -0,5x^2 + 2,5x + 3$

Exercice 2 : Résoudre par substitution les systèmes suivants. (Correction de l'exercice n°20 p 252)

a) $\begin{cases} 4x - y = 13 \\ x - 3y = \text{-}13 \end{cases}$

$\begin{cases} 4x - y = 13 \\ x = 3y - 13 \end{cases}$

$\begin{cases} 4(3y - 13) - y = 13 \\ x = 3y - 13 \end{cases}$

$\begin{cases} 12y - 52 - y = 13 \\ x = 3y - 13 \end{cases}$

$\begin{cases} 11y = 13 + 52 \\ x = 3y - 13 \end{cases}$

$\begin{cases} y = \frac{65}{11} \\ x = 3 \times \frac{65}{11} - 13 \end{cases}$

$\begin{cases} y = \frac{65}{11} \\ x = \frac{195}{11} - \frac{143}{11} \end{cases}$

$\begin{cases} y = \frac{65}{11} \\ x = \frac{52}{11} \end{cases}$

$\begin{cases} x = \frac{52}{11} \\ y = \frac{65}{11} \end{cases}$

b) $\begin{cases} \text{-}2x - y = \text{-}12 \\ 3x + 5y = 11 \end{cases}$

$\begin{cases} \text{-}2x + 12 = y \\ 3x + 5y = 11 \end{cases}$

$\begin{cases} y = \text{-}2x + 12 \\ 3x + 5y = 11 \end{cases}$

$\begin{cases} y = \text{-}2x + 12 \\ 3x + 5(\text{-}2x + 12) = 11 \end{cases}$

$\begin{cases} y = \text{-}2x + 12 \\ 3x - 10x + 60 = 11 \end{cases}$

$\begin{cases} y = \text{-}2x + 12 \\ \text{-}7x = 11 - 60 \end{cases}$

$\begin{cases} y = \text{-}2x + 12 \\ x = \frac{\text{-}49}{\text{-}7} \end{cases}$

$\begin{cases} y = \text{-}2 \times 7 + 12 \\ x = 7 \end{cases}$

$\begin{cases} y = \text{-}14 + 12 \\ x = 7 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 7 \\ y = \text{-}2 \end{cases}$

Exercice 3 : Résoudre par combinaison le système suivant. (Correction de l'exercice n°21 b) p 252)

$\begin{cases} \text{-}3a + 5b = 1 \\ 4a - 15b = \text{-}18 \end{cases}$

En multipliant chaque membre de la 1ère équation par 3 on obtient : $\begin{cases} \text{-}9a + 15b = 3 \\ 4a - 15b = \text{-}18 \end{cases}$

En additionnant membre à membre les deux équations on obtient : $\begin{cases} \text{-}9a + 4a + 15b - 15b = 3 - 18 \\ 4a - 15b = \text{-}18 \end{cases}$

En simplifiant la 1ère équation on obtient : $\begin{cases} \text{-}5a = \text{-}15 \\ 4a - 15b = \text{-}18 \end{cases}$

On continue de résoudre le système de façon classique : $\begin{cases} a = \frac{15}{5} \\ 4a - 15b = \text{-}18 \end{cases}$

$\begin{cases} a = 3 \\ 4 \times 3 - 15b = \text{-}18 \end{cases}$

$\begin{cases} a = 3 \\ \text{-}15b = \text{-}18 - 12 \end{cases}$

$\begin{cases} a = 3 \\ \text{-}15b = \text{-}30 \end{cases}$

$\begin{cases} a = 3 \\ b = \frac{30}{15} \end{cases}$

$\begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases}$