Nom :	**Test n°1**	Date : 16/09/22
Classe : TMATHS4	Nombres complexes	Note : … / 10

Capacités évaluées :	Avis du professeur : Non acquis → Acquis
Appliquer différentes méthodes pour résoudre des équations dans $\mathbb{C}$	
Calculer dans $\mathbb{C}$	

La calculatrice n'est pas autorisée.

Exercice 1 : Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes : **… / 5**

a) $z^2 + 5 = 0$

b) $(z-2)^2 + 3 = -6$

c) $1 - 2i\,z = 5 + 3i - 4\,z$

d) $z + 3 - 2i = 5i - 4\,\bar{z}$

Exercice 2 : QCM **… / 5**

Pour chaque question entourer la ou les bonnes réponses. Aucune justification demandée.
Un demi point est attribué par bonne réponse trouvée. Un demi-point est enlevé par mauvaise réponse entourée.

1. i^3 est égal à :

   a) i b) $-i$ c) i^5 d) i^7

2. La partie réelle de $(11+2i)(5-i)$ est :

   a) 53 b) 55 c) 57 d) -1

3. La partie imaginaire de $\dfrac{11+2i}{2-i}$ est :

   a) 3 b) $3i$ c) 4 d) $4i$

4. Si $z = 3i + 5$ alors :

   a) $-z + \bar{z} = -10 - 6i$ b) $z - \bar{z} = 6i$ c) $z \times (3i - 5) = -34$ d) $z \times \bar{z} = 34$

5. Le quotient $\dfrac{1+i}{1-i}$:

   a) est un réel b) est un imaginaire pur c) est égal à i d) a pour conjugué $-i$

Correction du Test n°1

Exercice 1 : Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes :

a) $z^2+5=0$

$z^2 = -5$

$z^2 = 5\,i^2$

$z=\sqrt{5}\,i$ ou $z=-\sqrt{5}\,i$

b) $(z-2)^2+3=-6$

$(z-2)^2=-9$

$(z-2)^2=9i^2$

$z-2=\sqrt{9}\,i$ ou $z-2=-\sqrt{9}\,i$

$z=2+3\,i$ ou $z=2-3\,i$

c) $1-2i\,z=5+3i-4\,z$

$4\,z-2i\,z=5-1+3i$

$(4-2i)\,z=4+3i$

$z=\dfrac{4+3i}{4-2i}$

$z=\dfrac{(4+3i)(4+2i)}{(4-2i)(4+2i)}$

$z=\dfrac{16+8i+12i+6i^2}{4^2+2^2}$

$z=\dfrac{16-6+20i}{16+4}$

$z=\dfrac{10}{20}+\dfrac{20}{20}i=\dfrac{1}{2}+i$

d) $z+3-2i=5i-4\,\bar{z}$

On pose $z=x+iy$ avec $(x\,;\,y)\in\mathbb{R}^2$

$x+iy+3-2i=5i-4\,(x-iy)$

$x+iy+3-2i=5i-4x+4iy$

$x+4x+iy-4iy=5i-3+2i$

$5x-3iy=-3+7i$

Or, deux nombres complexes sont égaux si et seulement si leurs parties réelles et leurs parties imaginaires sont deux à deux égales.

On en déduit :

$$\begin{cases} 5x=-3 \\ -3y=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{-3}{5} \\ y=\dfrac{-7}{3} \end{cases}$$

Finalement, $z=\dfrac{-3}{5}-\dfrac{7}{3}i$

Exercice 2 : QCM

Pour chaque question entourer la ou les bonnes réponses. Aucune justification demandée.

Un demi point est attribué par bonne réponse trouvée. Un demi-point est enlevé par mauvaise réponse entourée.

1. i^3 est égal à :

a) i b) $-i$ c) i^5 d) i^7

Justifications des bonnes réponses (non demandées) :

$i^3=i^2\times i=-i$ et $i^7=i^4\times i^3=(i^2)^2\times i^3=(-1)^2\,i^3=i^3$

2. La partie réelle de $(11+2i)(5-i)$ est :

a) 53 b) 55 c) 57 d) -1

Justification de la bonne réponse (non demandée) :

$(11+2i)(5-i)=55-11i+10i-2i^2=55-i+2=57-i$

3. La partie imaginaire de $\dfrac{11+2i}{2-i}$ est :

a) 3 b) $3i$ c) 4 d) $4i$

Justification de la bonne réponse (non demandée) :

$$\frac{11+2i}{2-i}=\frac{(11+2i)(2+i)}{(2-i)(2+i)}=\frac{22+11i+4i+2i^2}{2^2+1^2}=\frac{22+15i-2}{4+1}=\frac{20+15i}{5}=\frac{20}{5}+\frac{15}{5}i=4+3i$$

De plus, dans l'écriture $x+iy$, la partie imaginaire est le réel y.

4. Si $z = 3i + 5$ alors :

a) $-z + \bar{z} = -10 - 6i$ | b) $z - \bar{z} = 6i$ | c) $z \times (3i - 5) = -34$ | d) $z \times \bar{z} = 34$

<u>Justifications des bonnes réponses (non demandées)</u> :

$z - \bar{z} = 3i + 5 - (-3i + 5) = 3i + 5 + 3i - 5 = 6i$

$z \times (3i - 5) = (3i + 5)(3i - 5) = (3i)^2 - 5^2 = 9i^2 - 25 = -9 - 25 = -34$

$z \times \bar{z} = (5 + 3i)(5 - 3i) = 5^2 - (3i)^2 = 25 - 9i^2 = 25 + 9 = 34$

5. Le quotient $\dfrac{1+i}{1-i}$:

a) est un réel | b) est un imaginaire pur | c) est égal à i | d) a pour conjugué $-i$

<u>Justification (non demandée)</u> :

$$\frac{1+i}{1-i} = \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} = \frac{1+2i+i^2}{1^2+1^2} = \frac{1+2i-1}{2} = \frac{2i}{2} = i$$