Nom :
Classe : TS 1

Test n°1

Raisonnements par récurrence

le 11/09/2017

Note :
… / 5

	Avis de l'élève		*Avis du professeur*	
Compétences évaluées	***Oui***	***Non***	***Oui***	***Non***
Mener des démonstrations par récurrence				

Exercice 1 : ROC (**R**estitution **O**rganisée de **C**onnaissances) sur une démonstration exigible.
Soit α un réel strictement positif. Démontrer la propriété $\mathscr{P}(n)$: " $\forall\ n \in \mathbb{N}$, $(1+\alpha)^n \geq 1+n\alpha$ ".

…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………

Exercice 2 : On considère la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n - 3 \end{cases}$.
Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n on a : $u_n = 3 - 2^n$.

…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………………

Correction du Test n°1

Exercice 1 : Cf cours.

Exercice 2 : On considère la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 2u_n - 3 \end{cases}$.

Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n on a : $u_n = 3 - 2^n$.

On note $\mathscr{P}(n)$: " $\forall\ n \in \mathbb{N}$, $u_n = 3 - 2^n$ ".

- *Initialisation* :

$u_0 = 2$ et : $3 - 2^0 = 3 - 1 = 2$
Donc : $u_0 = 3 - 2^0$ et $\mathscr{P}(0)$ est vraie.

- *Hérédité* :

Soit k un entier naturel. $k \geq 0$.
On suppose que $\mathscr{P}(k)$ est vraie, c'est-à-dire que : $u_k = 3 - 2^k$
On veut montrer que $\mathscr{P}(k+1)$ est aussi vraie, c'est-à-dire que : $u_{k+1} = 3 - 2^{k+1}$.
Si $\mathscr{P}(k)$ est vraie alors :

$u_k = 3 - 2^k$
$2u_k = 2(3 - 2^k)$
$2u_k = 6 - 2^{k+1}$
$2u_k - 3 = 6 - 2^{k+1} - 3$
$u_{k+1} = 3 - 2^{k+1}$
$\mathscr{P}(k+1)$ est vraie

- *Conclusion* :

$\mathscr{P}(0)$ est vraie et la propriété $\mathscr{P}(n)$ est héréditaire.
Donc : $\forall\ n \in \mathbb{N}$, $u_n = 3 - 2^n$