Nom : - 5 | **Test n°5** | Note :
Classe : 2^{nde} 5 | le 24/05/2024 | … / 10

Compétence évaluée :	Avis du professeur Non maîtrisée → Bien maîtrisée
(C3) Représenter, choisir un cadre, changer de registre.	
Connaissance du cours (définitions, vocabulaire, exemples, propriétés, etc.)	

La calculatrice est interdite.

<u>Contrôle de la connaissance du cours et du vocabulaire</u> : **… / 10**

1. a) L' ………………… de deux intervalles I et J est l'ensemble des réels appartenants à I et à J.
   On la note I … J

   b) L' ………………… de deux intervalles I et J est l'ensemble des réels appartenants à I ou à J.
   On la note I … J

   c) Plus simplement, on note $]-\infty\,;\,0\,[\,\cup\,]\,0\,;\,+\infty\,[$ = …

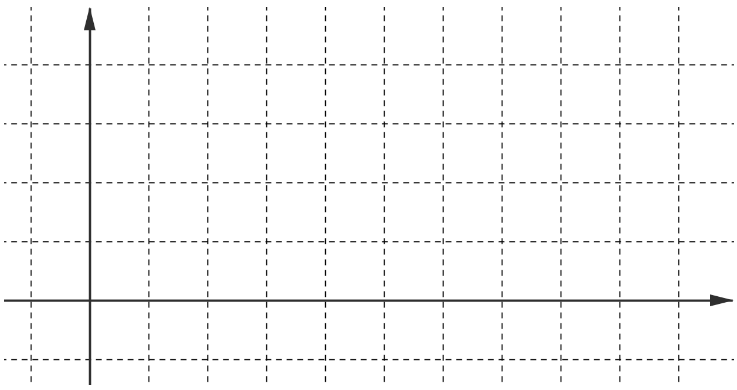
2. a) La fonction racine carrée est définie sur …… par $f(x)=\sqrt{x}$

   b) $\forall\, x \in [\,0\,;\,+\infty\,[$, $\sqrt{x}^{\,2} = ...$ et $\forall\, x \in \ldots$, $\sqrt{x^2} = ...$

   c) Quels que soient les réels positifs a et b, on a : $\sqrt{a}\times\sqrt{b} = ...$ et, si $b \neq 0$: $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = ...$

   Généralement, on a : $\sqrt{a+b}$ …………………………

   d) Construis ci-dessous, avec application, la représentation graphique de la fonction racine carrée en te plaçant dans un repère orthonormé (O ;I,J) :



   e) Graphiquement on pourrait remarquer que la courbe représentative de la fonction racine carrée est …………………… de la courbe représentative de la fonction carré par rapport à …………………
   ………………………………………………………………………………………………

   f) Complète :

   Soit k un nombre réel.

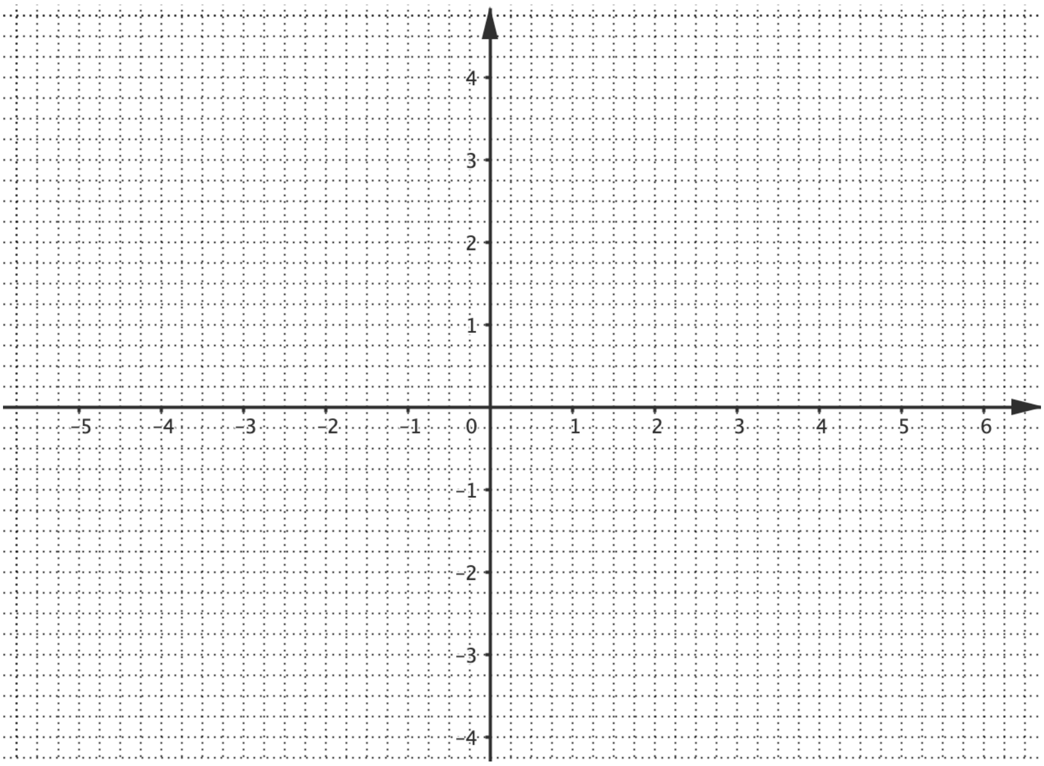
   - L'inéquation $\sqrt{x} \leq k$ a pour ensemble de solutions :
     - S = ………… si k ……
     - S = ………… sinon

3. a) La fonction inverse est définie sur …… par $f(x) = ...$

b) Compléter le tableau de valeurs de la fonction inverse.

x	-4	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4
$\frac{1}{x}$											

c) Construire ci-dessous, avec application, la courbe représentative de la fonction inverse.



d) La représentation graphique $\mathscr{H}$ de la fonction inverse s'appelle une ………………

e) $\mathscr{H}$ est symétrique par rapport à …………………………… car la fonction inverse est ……… sur …
En effet :

- $\forall\, x \in \mathbb{R}^*$, …… $\in \mathbb{R}^*$
- et $f(-x) =$ ……………………

f) Lorsque les valeurs de x augmentent sur $]\,0\,;\,+\infty\,[$, celles de $\frac{1}{x}$ ……………

g) Quel est le sens de variations de la fonction inverse sur $]\,-\infty\,;\,0\,[$? ……………

Nom : **Test n°5 – 2ème partie** Note :

Classe : 2nde 5 le 24/05/2024 … / 20

La calculatrice n'est pas autorisée. Elle ne sera autorisée que les 10 dernières minutes.

Exercice 1 : Dans chaque cas, déterminer les ensembles I ∩ J et I ∪ J. **… / 2**

a) I = $]-\infty\,;\,\pi]$ et J = $]-2\,;\,15]$

b) I = $\{2\ ;\ 3\ ;\ 5\ ;\ 7\ ;\ 9\}$ et J = $\mathbb{N}$

Exercice 2 :

1. Résoudre algébriquement les équations suivantes. **… / 3**

a) $x^2 = 7$

b) $(x+4)^2 = 49$

c) $-5\,(4\,x-3)^2 = -25$

2. Résoudre graphiquement les inéquations suivantes. **… / 2**

a) $x^2 \geq 5$

b) $-3\,x^2 > -6$

3. Résoudre les inéquations suivantes en dressant un tableau de signes. **… / 3**

a) $(2x-4)(-3x-18) \leq 0$

b) $(3-5x)(-3x+5) > 0$

Exercice 3 :

1. Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers, b étant le plus petit possible. **… / 1,5**

   A = $\sqrt{45}$ B = $\sqrt{72}$

2. Simplifier les expressions suivantes : **… / 1,5**

   A = $4\sqrt{5} - 3\sqrt{20}$ B = $\sqrt{75} - \sqrt{12}$

Exercice 4 : Résoudre les équations et inéquations suivantes. **… / 3**

a) $3\sqrt{x} - 5 = 13$

b) $4 - 2\sqrt{x} = 7\sqrt{x} + 6$

c) $\sqrt{x} < 16$

d) - $\sqrt{x} > 3$

Exercice 5 : **… / 2**

1. Comparer, en justifiant, les images de $\sqrt{3}$ et $\sqrt{5}$ par la fonction inverse.

2. Déterminer l'intervalle auquel appartient $\frac{1}{x}$ lorsque x appartient à l'intervalle $[-\frac{10}{3}\ ;\ -1]$.
   Justifier la réponse en dressant un tableau de variations.

Exercice 6 : **… / 2**

1. Déterminer un encadrement de $\sqrt[3]{5}$ à l'unité en complétant le tableau de valeurs de x^3 ci-dessous :

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x^3											

2. Déterminer un encadrement de $\sqrt[3]{5}$ au centième près en appliquant l'algorithme de balayage.

Correction du Test n°5 – Partie Cours

1. a) L' intersection de deux intervalles I et J est l'ensemble des réels appartenants à I et à J.
   On la note $I \cap J$

   b) L' union de deux intervalles I et J est l'ensemble des réels appartenants à I ou à J.
   On la note $I \cup J$

   c) Plus simplement, on note $]-\infty\,;\,0[\cup]0\,;\,+\infty[= \mathbb{R}^*$

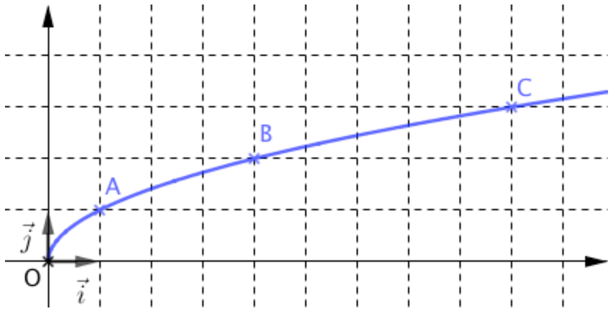
2. a) La fonction racine carrée est définie sur $\mathbb{R}+$ par $f(x)=\sqrt{x}$

   b) $\forall\, x \in [0\,;\,+\infty[,\ \sqrt{x}^{\,2}=x$ et $\forall\, x \in \mathbb{R},\ \sqrt{x^2}=|x|$

   c) Quels que soient les réels positifs a et b, on a : $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$ et, si $b\neq 0$: $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a}{b}}$

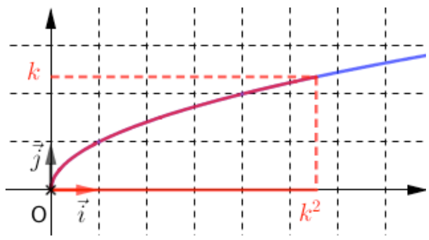
   Généralement, on a : $\sqrt{a+b}\neq\sqrt{a}+\sqrt{b}$

   d) Construis ci-dessous, avec application, la représentation graphique de la fonction racine carrée en te plaçant dans un repère orthonormé $(O\,;I,J)$:



   e) Graphiquement on pourrait remarquer que la courbe représentative de la fonction racine carrée est symétrique de la courbe représentative de la fonction carré par rapport à la droite d'équation $y=x$.

   f) Complète :



   Soit k un nombre réel.

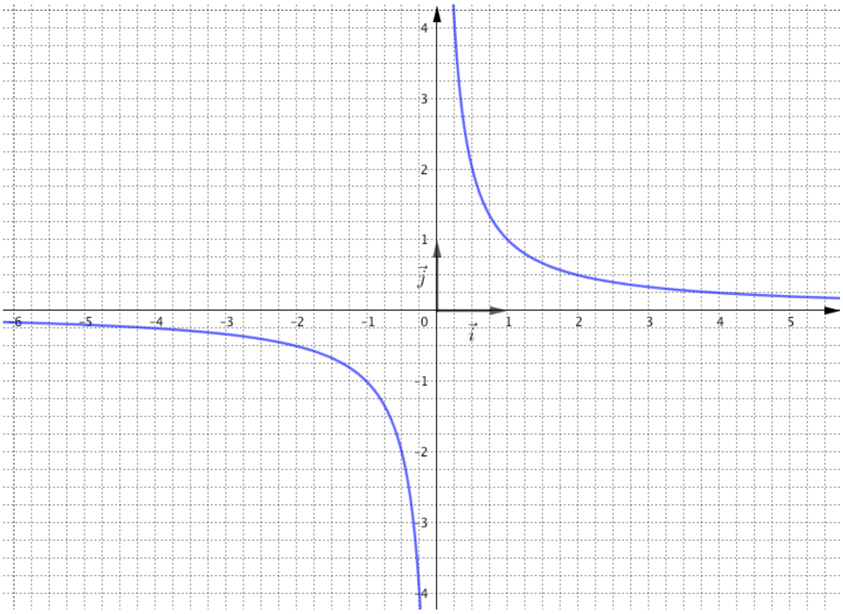
   - L'inéquation $\sqrt{x}\leq k$ a pour ensemble de solutions :
     - $S=[0\,;\,k^2]$ si $k>0$
     - $S=\varnothing$ sinon

3. a) La fonction inverse est définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \dfrac{1}{x}$

b) Compléter le tableau de valeurs de la fonction inverse.

x	-4	-2	-1	$-\dfrac{1}{2}$	$-\dfrac{1}{4}$	0	$\dfrac{1}{4}$	$\dfrac{1}{2}$	1	2	4
$\dfrac{1}{x}$	$\dfrac{-1}{4}$	$\dfrac{-1}{2}$	1	-2	-4	X	4	2	1	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{1}{4}$

c) Construire ci-dessous, avec application, la courbe représentative de la fonction inverse.



d) La représentation graphique $\mathscr{H}$ de la fonction inverse s'appelle une hyperbole.

e) $\mathscr{H}$ est symétrique par rapport à l'origine du repère car la fonction inverse est impaire sur $\mathbb{R}^*$.
En effet :

- $\forall\, x \in \mathbb{R}^*$, $-x \in \mathbb{R}^*$
- et $f(-x) = \dfrac{1}{-x} = -\dfrac{1}{x} = -f(x)$

f) Lorsque les valeurs de x augmentent sur $]\,0\,;\,+\infty\,[$, celles de $\dfrac{1}{x}$ diminuent.

g) Quel est le sens de variations de la fonction inverse sur $]\,-\infty\,;\,0\,[$?
La fonction inverse est décroissante sur $]\,-\infty\,;\,0\,[$.

Correction du Test n°5 – 2ème Partie

Exercice 1 : Dans chaque cas, déterminer les ensembles I ∩ J et I ∪ J.

a) I =] $-\infty$; π] et J =] -2 ; 15]

I ∩ J =] -2 ; π]

I ∪ J =] $-\infty$; 15]

b) I = { 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9 } et J = $\mathbb{N}$

I ∩ J = { 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9 }

I ∪ J = $\mathbb{N}$

Exercice 2 :

1. Résoudre algébriquement les équations suivantes.

a) $x^2 = 7$

$x = \sqrt{7}$ ou $x = -\sqrt{7}$

b) $(x+4)^2 = 49$

$x + 4 = \sqrt{49}$ ou $x + 4 = -\sqrt{49}$

$x = 7 - 4$ ou $x = -7 - 4$

$x = 3$ ou $x = -11$

c) $-5\,(4\,x - 3)^2 = -25$

$(4\,x - 3)^2 = \dfrac{25}{5}$

$(4\,x - 3)^2 = 5$

$4x - 3 = \sqrt{5}$ ou $4x - 3 = -\sqrt{5}$

$4x = 3 + \sqrt{5}$ ou $4x = 3 - \sqrt{5}$

$x = \dfrac{3+\sqrt{5}}{4}$ ou $x = \dfrac{3-\sqrt{5}}{4}$

2. Résoudre graphiquement les inéquations suivantes.

a) $x^2 \geq 5$

$x \geq \sqrt{5}$ ou $x \leq -\sqrt{5}$

S =] $-\infty$; $-\sqrt{5}$] ∪ [$\sqrt{5}$; $+\infty$ [

b) $-3\,x^2 > -6$

$x^2 < \dfrac{-6}{-3}$

$x^2 < 2$

S =] $-\sqrt{2}$; $\sqrt{2}$ [

3. Résoudre les inéquations suivantes en dressant un tableau de signes.

a) $(2x-4)(-3x-18) \leq 0$

On étudie le signe de chaque facteur :

$2x - 4 > 0$ $\quad$ $-3x - 18 > 0$

$2x > 4$ $\quad$ $-3x > 18$

$x > \dfrac{4}{2}$ $\quad$ $x < \dfrac{18}{-3}$

$x > 2$ $\quad$ $x < -6$

On en déduit le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		-6		2		$+\infty$
$2x-4$		$-$		$-$	0	$+$	
$-3x-18$		$+$	0	$-$		$-$	
$(2x-4)(-3x-18)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Finalement :

$(2x-4)(-3x-18) \leq 0 \Leftrightarrow x \in]-\infty\,;-6] \cup [2\,;+\infty[$

b) $(3-5x)(-3x+5) > 0$

On étudie le signe de chaque facteur :

$3 - 5x > 0$ $\quad$ $-3x + 5 > 0$

$3 > 5x$ $\quad$ $5 > 3x$

$x < \dfrac{3}{5}$ $\quad$ $x < \dfrac{5}{3}$

On en déduit le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		$\frac{3}{5}$		$\frac{5}{3}$		$+\infty$
$3-5x$		$+$	0	$-$		$-$	
$-3x+5$		$+$		$+$	0	$-$	
$(3-5x)(-3x+5)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Finalement :

$(3-5x)(-3x+5) > 0 \Leftrightarrow x \in]-\infty\,;\dfrac{3}{5}[\cup]\dfrac{5}{3}\,;+\infty[$

Exercice 3 :

1. Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers, b étant le plus petit possible.

A = $\sqrt{45}$

A = $\sqrt{9} \times \sqrt{5}$

A = $3\sqrt{5}$

B = $\sqrt{72}$

B = $\sqrt{36} \times \sqrt{2}$

B = $6\sqrt{2}$

2. Simplifier les expressions suivantes :

$A = 4\sqrt{5} - 3\sqrt{20}$

$A = 4\sqrt{5} - 3\sqrt{4}\sqrt{5}$

$A = 4\sqrt{5} - 3 \times 2\sqrt{5}$

$A = 4\sqrt{5} - 6\sqrt{5}$

$A = -2\sqrt{5}$

$B = \sqrt{75} - \sqrt{12}$

$B = \sqrt{25}\sqrt{3} - \sqrt{4}\sqrt{3}$

$B = 5\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$

$B = 3\sqrt{3}$

Exercice 4 : Résoudre les équations et inéquations suivantes.

a) $3\sqrt{x} - 5 = 13$

$3\sqrt{x} = 13 + 5$

$\sqrt{x} = \frac{18}{3}$

$\sqrt{x} = 6$

$x = 6^2 = 36$ S = { 256 }

b) $4 - 2\sqrt{x} = 7\sqrt{x} + 6$

$-2\sqrt{x} - 7\sqrt{x} = 6 - 4$

$-9\sqrt{x} = 2$

$\sqrt{x} = \frac{-2}{9}$

Or, la racine carrée d'un nombre réel est toujours positive ou nulle. Donc S = $\varnothing$

c) $\sqrt{x} < 16$

$0 \leq x < 16^2$

$0 \leq x < 256$

S = $[0\,;\,256[$

d) $-\sqrt{x} > 3$

$\sqrt{x} < -3$

Or, la racine carrée d'un nombre réel ne peut pas être strictement négative. Donc S = $\varnothing$

Exercice 5 :

1. Comparer, en justifiant, les images de $\sqrt{3}$ et $\sqrt{5}$ par la fonction inverse.

$\sqrt{3} < \sqrt{5}$

Or, la fonction inverse est décroissante sur $]0\,;\,+\infty[$

Donc $\frac{1}{\sqrt{3}} > \frac{1}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} > \frac{\sqrt{5}}{5}$

2. Déterminer l'intervalle auquel appartient $\frac{1}{x}$ lorsque x appartient à l'intervalle $[-\frac{10}{3}\,;\,-1]$.

Justifier la réponse en dressant un tableau de variations.

On dresse le tableau de variations de la fonction inverse sur $[-\frac{10}{3}\,;\,-1]$:

x	$-\frac{10}{3}$	-1
$\frac{1}{x}$	$-\frac{3}{10}$	-1

On en déduit que si x appartient à l'intervalle $[-\frac{10}{3}\,;\,-1]$ alors $\frac{1}{x}$ appartient à l'intervalle $[-1\,;\,-\frac{3}{10}]$

Exercice 6 :

1. Déterminer un encadrement de $\sqrt[3]{5}$ à l'unité en complétant le tableau de valeurs de x^3 ci-dessous :

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x^3	0	1	8	27	64	125	256	343	512	729	1000

Si $x = \sqrt[3]{5}$ alors $x^3 = 5$. Or, sur la 2$^{\text{nde}}$ ligne du tableau on aurait $1 < 5 < 8$. On en déduit : $1 < \sqrt[3]{5} < 2$

2. Déterminer un encadrement de $\sqrt[3]{5}$ au centième près en appliquant l'algorithme de balayage.

La méthode de balayage permet d'obtenir plus précisément $1,7 < \sqrt[3]{5} < 1,8$ puis $1,70 < \sqrt[3]{5} < 1,71$