Nom :
Classe : 2nde 2

Test n°5 BIS
le 08/01/2019

Note :
… / 5

Compétences évaluées	*Avis de l'élève* Oui	*Avis de l'élève* Non	*Avis du professeur* Oui	*Avis du professeur* Non
Développer				
Calculer				
Justifier qu'une expression est de signe constant sur $\mathbb{R}$				
Justifier qu'une fonction admet un extremum sur $\mathbb{R}$ et préciser cet extremum.				

Exercice 1 :

1. f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 + 8x + 7$.
   a) Justifier que, quel que soit le réel x, on a : $f(x) = 2(x+2)^2 - 1$.
   b) Calculer $f(-2)$.
   c) Justifier que $f(x) - f(-2)$ est de signe constant sur $\mathbb{R}$.
   d) En déduire que la fonction f admet un extremum (à préciser). En quelle valeur de x est-il atteint ?

2. g est la fonction définie par $g(x) = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + 2$
   a) Justifier que, quel que soit le réel x, on a $g(x) = -\frac{1}{4}(x-1)^2 + \frac{9}{4}$.
   b) Démontrer que g admet un extremum. Préciser sa valeur et le réel x en lequel il est atteint.

Correction du Test n°5

Exercice 1 :

1. f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 + 8x + 7$.

   a) Justifier que, quel que soit le réel x, on a : $f(x) = 2(x+2)^2 - 1$.

$\forall\ x \in \mathbb{R}$,
A = $2(x+2)^2 - 1$
A = $2(x^2 + 2 \times x \times 2 + 2^2) - 1$
A = $2(x^2 + 4x + 4) - 1$
A = $2x^2 + 8x + 8 - 1 = 2x^2 + 8x + 7 = f(x)$

   b) Calculer f(-2).

$f(-2) = 2(-2+2)^2 - 1 = 2 \times 0^2 - 1 = -1$

   c) Justifier que $f(x) - f(-2)$ est de signe constant sur $\mathbb{R}$.

$\forall\ x \in \mathbb{R}$,
$f(x) - f(-2) = 2(x+2)^2 - 1 - (-1) = 2(x+2)^2 - 1 + 1 = 2(x+2)^2$
Or $2 > 0$ et un carré est toujours positif ou nul donc : $\forall\ x \in \mathbb{R}$, $f(x) - f(-2) \geq 0$

   d) En déduire que la fonction f admet un extremum (à préciser). En quelle valeur de x est-il atteint ?

$\forall\ x \in \mathbb{R}$, $f(x) - f(-2) \geq 0$
On en déduit : $f(x) \geq f(-2)$ c'est-à-dire $f(x) \geq -1$
Ainsi, la fonction f admet pour minimum -1. Ce minimum est atteint en $x = -2$.

2. g est la fonction définie par $g(x) = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + 2$

   a) Justifier que, quel que soit le réel x, on a $g(x) = -\frac{1}{4}(x-1)^2 + \frac{9}{4}$.

$\forall\ x \in \mathbb{R}$,
A = $-\frac{1}{4}(x-1)^2 + \frac{9}{4}$
A = $-\frac{1}{4}(x^2 - 2 \times x \times 1 + 1^2) + \frac{9}{4}$
A = $-\frac{1}{4}(x^2 - 2x + 1) + \frac{9}{4}$
A = $-\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4} \times 2x - \frac{1}{4} \times 1 + \frac{9}{4}$
A = $-\frac{1}{4}x^2 + \frac{2}{4}x - \frac{1}{4} + \frac{9}{4} = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{8}{4} = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + 2 = g(x)$

   b) Démontrer que g admet un extremum. Préciser sa valeur et le réel x en lequel il est atteint.

$g(1) = -\frac{1}{4}(1-1)^2 + \frac{9}{4} = -\frac{1}{4} \times 0^2 + \frac{9}{4} = \frac{9}{4}$
$\forall\ x \in \mathbb{R}$, $g(x) - g(1) = -\frac{1}{4}(x-1)^2 + \frac{9}{4} - \frac{9}{4} = -\frac{1}{4}(x-1)^2$
Or, un carré est toujours positif ou nul mais $-\frac{1}{4} < 0$.
Donc : $\forall\ x \in \mathbb{R}$, $g(x) - g(1) \leq 0$
On en déduit : $g(x) \leq g(1)$ c'est-à-dire $g(x) \leq \frac{9}{4}$
Ainsi, la fonction g admet pour maximum $\frac{9}{4}$. Ce maximum est atteint en $x = 1$.