Nom : **Test n°6 - Cours** **Note :**

Groupe : 1Maths2-1 le 06/02/2025 **... / 6**

	Evaluation des capacités
	Non Oui
Avoir assimilé le cours (vocabulaire, définitions, propriétés et méthodes).	

Pour cette partie, la calculatrice n'est pas autorisée.

Cours : Complète les éléments du cours suivants : **... / 6**

1. a) Une fonction f est affine lorsqu'elle est définie sur $\mathbb{R}$ par une expression de la forme

$$f(x) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

où m et p sont deux réels donnés.

b) On dit que $f(x)$ est …………………………… de x et que, inversement, x est …………………………… de $f(x)$.

c) On dira d'un phénomène qui est modélisable par une fonction affine qu'il est ………………………… et suit une croissance ………………………

d) Le sens de variation de f ne dépend que du …………………
Si ……… alors f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.

e) A partir des images de deux réels a et b distincts on exprime $f(x)$ en fonction de x :

- en déterminant d'abord $m = \dfrac{\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots}$
- puis résolvant ………………………… pour obtenir la valeur de p.

2. a) Les fonctions ……………… et les fonctions ……………… sont des cas particuliers de fonctions affines.

b) Dans tous les cas, toute fonction affine f est représentée graphiquement par une droite d_f de ………………………………………………………… m, d'………………………………………………………… p et d'équation …………………

c) Pour déterminer si un point M (x_{M} ; y_{M}) appartient ou non à d_f on calcule ……………………
Le point M appartient à d_f si et seulement s'il y a égalité entre le résultat obtenu et ……

3. a) Deux droites $d_1 : y = m_1\,x + p_1$ et $d_2 : y = m_2\,x + p_2$ sont parallèles si et seulement si ……………

b) Dans le cas contraire, les droites d_1 et d_2 précédentes sont …………………… et pour déterminer leur point ……………………………… on résout :

$$\left\{\begin{array}{l} y = m_1\,x + p_1 \\ \ldots \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \ldots \\ \ldots \end{array}\right.$$

4. a) Soit f une fonction définie sur un ensemble $\mathscr{D}_f$. Soient a et b deux réels distincts de $\mathscr{D}_f$

Le taux d'accroissement de f entre a et b est défini par …

b) Si f est affine le taux d'accroissement de f entre a et b est égal à …

Nom : **Test n°6 - Exercices** **Note :**

Groupe : 1Maths2-1 le 06/02/2025 **... / 14**

	Evaluation des capacités
	Non → Oui
Calculer des images / des antécédents.	
Justifier qu'une fonction est affine en identifiant coefficient directeur et ordonnée à l'origine.	
Justifier le sens de variations d'une fonction affine.	
Construite la représentation graphique d'une droite.	
Déterminer si un point appartient ou non à une droite.	
Déterminer les coordonnées du point d'intersection de deux droites.	
Modéliser une situation à l'aide d'une fonction affine (exprimer $P(x)$ en fonction de x).	
Répondre aux questions d'un problème en appliquant les méthodes de calculs classiques.	

La calculatrice n'est pas autorisée.

Exercice 1 : On définit la fonction f par $f(x) = \dfrac{2}{3}x - 4$. **... / 2,5**

1. Calculer les images de 5 et de $\dfrac{-3}{4}$ par f.

2. Calculer l'antécédent de -6 par f.

Exercice 2 : **... / 3**

1. Justifier que les fonctions f et g définies ci-dessous sont affines et indiquer, pour chacune, le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine.

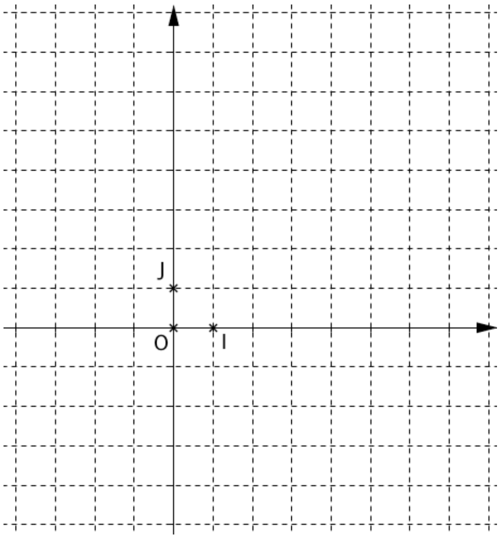
a) $f(x) = \dfrac{5-3x}{4}$	b) $g(x) = (3x+5)(4x-7) - 6x(2x-4)$

2. Justifier les sens de variations de f et g.

Exercice 3 : **... / 4**

1. Construire les droites représentatives d_f et d_g des fonctions définies par :

$$f(x) = \frac{2}{3}x - 4 \quad \text{et} \quad g(x) = 3 - 2x$$



Vous indiquerez ci-dessous au moins un calcul, pour chaque droite, qui justifie son tracé.

2. Le point M (4 ; -1) appartient-il à d_f ? Justifier.

3. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de d_f et d_g.

Exercice 4 : **... / 4,5**

On souhaite estimer la pression atmosphérique, qui diminue avec l'altitude, à l'aide d'un modèle de croissance linéaire. Pour que le modèle soit acceptable on limite l'altitude entre 0 et 5 000 m.
Au niveau de la mer, la pression atmosphérique est de 1 013 hPa (hectopascal), alors qu'elle descend à 540 hPa à 5 000 m d'altitude. On note $P(x)$ la pression atmosphérique obtenue a une altitude de x m.

1. a) Compléter : $P(0) = ...$ $\quad P(5\,000) = ...$

   b) Déterminer l'expression de $P(x)$ en fonction de x.

2. On admet à présent que la fonction P est définie sur l'intervalle $[\,0\,;\,5\,000\,]$ par :

$$P(x) = \text{-}0,0946\,x + 1\,013$$

Estimer, à l'aide de ce modèle :

a) La pression atmosphérique à 1 500 m d'altitude. Arrondir à l'unité.

b) L'altitude, au cm près, correspondant à une pression atmosphérique de 700 hPa.

c) L'altitude, au mètre près, à partir de laquelle la pression atmosphérique devient inférieure à 900 hPa.

Correction du Test n°6

<u>Cours</u> : Complète les éléments du cours suivants :

1. a) Une fonction f est affine lorsqu'elle est définie sur $\mathbb{R}$ par une expression de la forme
$$f(x) = mx + p$$
où m et p sont deux réels donnés.

   b) On dit que $f(x)$ est l'image de x et que, inversement, x est antécédent de $f(x)$.

   c) On dira d'un phénomène qui est modélisable par une fonction affine qu'il est continu et suit une croissance linéaire.

   d) Le sens de variation de f ne dépend que du signe de m.
   Si $m < 0$ alors f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.

   e) A partir des images de deux réels a et b distincts on exprime $f(x)$ en fonction de x :
   - en déterminant d'abord $m = \dfrac{f(a) - f(b)}{a - b}$
   - puis résolvant $f(a) = m\,a + p$ pour obtenir la valeur de p.

2. a) Les fonctions constantes et les fonctions linéaires sont des cas particuliers de fonctions affines.

   b) Dans tous les cas, toute fonction affine f est représentée graphiquement par une droite d_f de coefficient directeur m, d'ordonnée à l'origine p et d'équation $y = mx + p$.

   c) Pour déterminer si un point M (x_{M} ; y_{M}) appartient ou non à d_f on calcule $f(x_{\text{M}}) = m\,x_{\text{M}} + p$
   Le point M appartient à d_f si et seulement s'il y a égalité entre le résultat obtenu et y_{M}.

3. a) Deux droites $d_1 : y = m_1\,x + p_1$ et $d_2 : y = m_2\,x + p_2$ sont parallèles si et seulement si $m_1 = m_2$

   b) Dans le cas contraire, les droites d_1 et d_2 précédentes sont sécantes et pour déterminer leur point d'intersection on résout :
$$\begin{cases} y = m_1\,x + p_1 \\ y = m_2\,x + p_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m_1\,x + p_1 = m_2\,x + p_2 \\ y = m_2\,x + p_2 \end{cases}$$

4. a) Soit f une fonction définie sur un ensemble $\mathscr{D}_f$. Soient a et b deux réels distincts de $\mathscr{D}_f$
   Le taux d'accroissement de f entre a et b est défini par $\dfrac{f(a) - f(b)}{a - b}$.

   b) Si f est affine le taux d'accroissement de f entre a et b est égal à m.

<u>Exercice 1</u> : On définit la fonction f par $f(x) = \dfrac{2}{3}x - 4$.

1. Calculer les images de 5 et de $\dfrac{-3}{4}$ par f.

$f(5) = \dfrac{2}{3} \times 5 - 4$	$f(\dfrac{-3}{4}) = \dfrac{2}{\cancel{3}} \times \dfrac{\cancel{-3}}{4} - 4$
$f(5) = \dfrac{10}{3} - \dfrac{12}{3} = \dfrac{-2}{3}$	$f(\dfrac{-3}{4}) = \dfrac{-2}{4} - 4 = \dfrac{-1}{2} - \dfrac{8}{2} = \dfrac{-9}{2} = -4,5$

2. Calculer l'antécédent de - 6 par f.

$f(x) = -6 \quad \Leftrightarrow \quad \dfrac{2}{3}x - 4 = -6 \quad \Leftrightarrow \quad \dfrac{2}{3}x = -6 + 4 \quad \Leftrightarrow \quad \dfrac{2}{3}x = -2$
$f(x) = -6 \quad \Leftrightarrow \quad x = -2 \div \dfrac{2}{3} \quad \Leftrightarrow \quad x = -\cancel{2} \times \dfrac{3}{\cancel{2}} = -3$

Exercice 2 :

1. Justifier que les fonctions f et g définies ci-dessous sont affines et indiquer, pour chacune, le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine.

a) $f(x) = \dfrac{5-3x}{4} = \dfrac{5}{4} - \dfrac{3}{4}\,x$

$f(x) = m\,x + p$ en posant $m = \dfrac{-3}{4}$ et $p = \dfrac{5}{4}$

On en déduit que f est la fonction affine de coefficient directeur $\dfrac{-3}{4}$ et d'ordonnée à l'origine $\dfrac{5}{4}$.

b) $g(x) = (3x+5)(4x-7) - 6x(2x-4)$

$g(x) = \cancel{12x^2} - 21x + 20x - 35 - \cancel{12x^2} + 24x$

$g(x) = 23x - 35$

$g(x) = m\,x + p$ en posant $m = 23$ et $p = -35$

Donc g est la fonction affine de coefficient directeur -23 et d'ordonnée à l'origine 35.

2. Justifier les sens de variations de f et g.

$f(x) = \dfrac{5}{4} - \dfrac{3}{4}\,x$

$m = \dfrac{-3}{4} < 0$ donc f est décroissante sur $\mathbb{R}$.

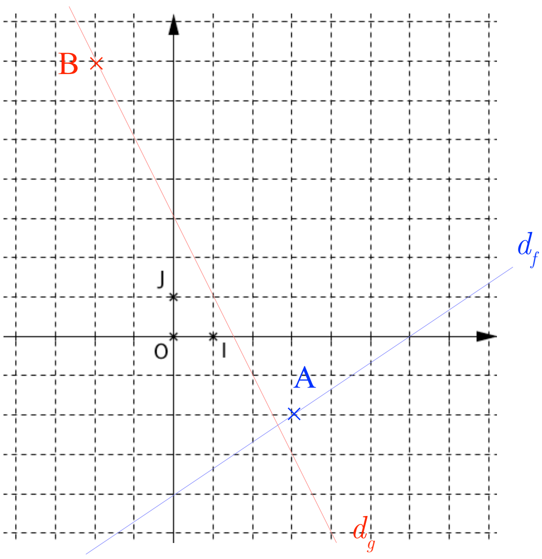
$g(x) = 23x - 35$

$m = 23 > 0$ donc g est croissante sur $\mathbb{R}$.

Exercice 3 :

1. Construire les droites représentatives d_f et d_g des fonctions définies par :

$$f(x) = \frac{2}{3}x - 4 \quad \text{et} \quad g(x) = 3 - 2x$$



Vous indiquerez ci-dessous au moins un calcul, pour chaque droite, qui justifie son tracé.

$f(3) = \dfrac{2}{3} \times 3 - 4 = 2 - 4 = -2$ Donc A (3 ; -2) $\in d_f$

$g(-2) = 3 - 2 \times (-2) = 3 + 4 = 7$ Donc B (-2 ; 7) $\in d_g$

2. Le point M (4 ; -1) appartient-il à d_f ? Justifier.

$f(4) = \dfrac{2}{3} \times 4 - 4 = \dfrac{8}{3} - \dfrac{12}{3} = \dfrac{-4}{3} \neq -1$

Donc M (4 ; -1) $\notin d_f$

3. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de d_f et d_g.

$$\begin{cases} y = \frac{2}{3}x - 4 \\ y = 3 - 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{3}x - 4 = 3 - 2x \\ y = 3 - 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 12 = 9 - 6x \\ y = 3 - 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 6x = 9 + 12 \\ y = 3 - 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8x = 21 \\ y = 3 - 2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \dfrac{21}{8} \\ y = 3 - 2 \times \dfrac{21}{8} = \dfrac{24}{8} - \dfrac{42}{8} = \dfrac{-18}{8} = \dfrac{-9}{4} \end{cases}$$

N ($\dfrac{21}{8}$; $\dfrac{-9}{4}$) est le point d'intersection de d_f et d_g.

Exercice 4 :

On souhaite estimer la pression atmosphérique, qui diminue avec l'altitude, à l'aide d'un modèle de croissance linéaire. Pour que le modèle soit acceptable on limite l'altitude entre 0 et 5 000 m.

Au niveau de la mer, la pression atmosphérique est de 1 013 hPa (hectopascal), alors qu'elle descend à 540 hPa à 5 000 m d'altitude. On note $P(x)$ la pression atmosphérique obtenue a une altitude de x m.

1. a) $P(0) = 1\,013$ et $P(5\,000) = 540$

   b) Déterminer l'expression de $P(x)$ en fonction de x.

Pour un modèle de croissance linéaire on détermine l'expression d'une fonction affine, en commençant par calculer le coefficient directeur :

$$m = \frac{P(5\,000) - P(0)}{5000 - 0} = \frac{540 - 1\,013}{5000} = \frac{\text{-}473}{5\,000}$$

On identifie l'ordonnée à l'origine : $p = P(0) = 1\,013$

On en déduit $P(x) = \frac{\text{-}473}{5\,000}\,x + 1\,013$

2. On admet à présent que la fonction P est définie sur l'intervalle $[\,0\,;\,5\,000\,]$ par :

$$P(x) = \text{-}0,0946\,x + 1\,013$$

   Estimer, à l'aide de ce modèle :

   a) La pression atmosphérique à $1\,500$ m d'altitude. Arrondir à l'unité.

$P(1\,500) = \text{-}0,0946 \times 1\,500 + 1\,013 \approx 871$

Ainsi, à 1 500 m d'altitude la pression atmosphérique est d'environ 871 hPa.

   b) L'altitude, au cm près, correspondant à une pression atmosphérique de 700 hPa.

On résout $P(x) = 700$:

$$\text{-}0,0946\,x + 1\,013 = 700$$

$$\text{-}0,0946\,x = \text{-}313$$

$$x = \frac{313}{0,0946} \approx 3\,308,67$$

Ainsi, c'est à 3 308,67 m d'altitude que l'on observe une pression atmosphérique de 700 hPa.

   c) L'altitude, au mètre près, à partir de laquelle la pression atmosphérique devient inférieure à 900 hPa.

On résout $P(x) < 900$:

$$\text{-}0,0946\,x + 1\,013 < 900$$

$$\text{-}0,0946\,x < \text{-}113$$

$$x > \frac{113}{0,0946}$$

Or $\frac{113}{0,0946} \approx 1194,5$

C'est donc à partir de 1 195 m d'altitude que la pression atmosphérique est inférieure à 900 hPa.