Nom :
Classe : TMATHS4

Test n°6
Module, argument et géométrie

Date : 27/02/2023
Note : … / 20

Compétences du livret scolaire :	**Avis du professeur** (Non maîtrisée → Bien maîtrisée)
• (C1) Mener une recherche de façon autonome.	Non évaluée
• (C2) Modéliser, faire une simulation, valider ou invalider un modèle.	Non évaluée
• (C3) Représenter, choisir un cadre, changer de registre.	Non évaluée
• (C4) Calculer, appliquer des techniques, mettre en œuvre des algorithmes.	
• (C5) Raisonner, argumenter en exerçant un regard critique, démontrer.	
• (C6) Communiquer à l'écrit en utilisant un langage rigoureux et des outils pertinents.	Non évaluée
• (C7) Communiquer à l'oral en utilisant un langage rigoureux et des outils pertinents.	Non évaluée

Exercice 1 : On se place dans le plan complexe, ramené au repère (O ; $\vec{u}$; $\vec{v}$). **… / 6**

1. Les points A $(1-i)$, B $(3+0,5i)$ et C $(7,5+3,5i)$ sont ils alignés ? Justifier.

2. Soit I le milieu de [OA]. L'affixe de I appartient-elle à $\mathbb{U}$? Justifier.

3. Déterminer l'affixe de D, symétrique de A par rapport à B.

4. Le point E $(3+2i)$ appartient-il au cercle de centre A et de rayon 4. Justifier.

Exercice 2 : … / **6**

1. Déterminer le module des nombres complexes suivants.

a) $z_1 = (6-8i)(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i)$	b) $z_2 = \dfrac{5-\sqrt{3}i}{4i}$	c) $z_3 = (3-4i)^{-2}$

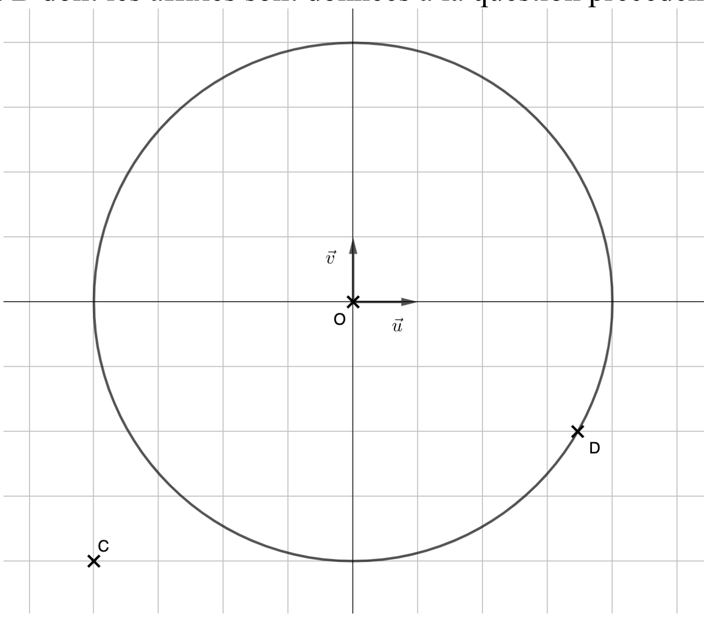
2. Déterminer l'ensemble $\mathscr{E}$ des points M (z) du plan complexe tels que $|\, z - 4 + 3i \,| = |\, z + 5i \,|$

Exercice 3 : **… / 8**

1. Déterminer un argument des nombres complexes suivants :

$z_{\mathrm{A}} = \text{-}3i$	$z_{\mathrm{B}} = \text{-}2 + 2\sqrt{3}i$

2. Placer les points A et B dont les affixes sont données à la question précédente.



3. Déterminer le module et un argument des points C et D déjà placés dans le repère. Justifier.

Correction du Test n°6

Exercice 1 : On se place dans le plan complexe, ramené au repère (O ; $\vec{u}$; $\vec{v}$).

1. Les points A $(1-i)$, B $(3+0,5i)$ et C $(7,5+3,5i)$ sont ils alignés ? Justifier.

$z_{\overrightarrow{AB}} = z_B - z_A = 3+0,5i-1+i = 2+1,5i$ $z_{\overrightarrow{AC}} = z_C - z_A = 7,5+3,5i-1+i = 6,5+4,5i$ $\dfrac{6,5}{2} = 3,25$ mais $\dfrac{4,5}{1,5} = 3 \neq 3,25$ donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas colinéaires. On en déduit que A, B et C ne sont pas alignés.

2. Soit I le milieu de [OA]. L'affixe de I appartient-elle à $\mathbb{U}$? Justifier.

I est le milieu de [OA] donc $z_I = \dfrac{z_O + z_A}{2} = \dfrac{1-i}{2} = \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{2}i$ $\mid z_I \mid = \sqrt{(\frac{1}{2})^2 + (-\frac{1}{2})^2} = \sqrt{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \neq 1$ donc I $\notin \mathbb{U}$

3. Déterminer l'affixe de D, symétrique de A par rapport à B.

Si D, symétrique de A par rapport à B alors B est le milieu de [AD]. Donc $z_B = \dfrac{z_A + z_D}{2}$ $3+0,5i = \dfrac{1-i+z_D}{2}$ $2(3+0,5i) = 1-i+z_D$ $6+i = 1-i+z_D$ $z_D = 6+i-1+i = 5+2i$

4. Le point E $(3+2i)$ appartient-il au cercle de centre A et de rayon 4. Justifier.

$z_{\overrightarrow{AE}} = z_E - z_A = 3+2i-1+i = 2+3i$ AE = $\mid z_{\overrightarrow{AE}} \mid = \sqrt{2^2+3^2} = \sqrt{4+9} = \sqrt{13} \neq 4$ Donc E n'appartient pas au cercle de centre A et de rayon 4.

Exercice 2 :

1. Déterminer le module des nombres complexes suivants.

a) $z_1 = (6-8i)(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i)$ $\mid z_1 \mid = \mid 6-8i \mid \times \mid \frac{1}{2}+\frac{3}{2}i \mid$ $\mid z_1 \mid = \sqrt{6^2+8^2} \times \sqrt{(\frac{1}{2})^2+(\frac{3}{2})^2}$ $\mid z_1 \mid = \sqrt{100} \times \sqrt{\frac{10}{4}}$ $\mid z_1 \mid = \dfrac{10\sqrt{10}}{2} = 5\sqrt{10}$	b) $z_2 = \dfrac{5-\sqrt{3}i}{4i}$ $\mid z_2 \mid = \dfrac{\mid 5-\sqrt{3}i \mid}{\mid 4i \mid}$ $\mid z_2 \mid = \dfrac{\sqrt{5^2+\sqrt{3}^2}}{4}$ $\mid z_2 \mid = \dfrac{\sqrt{25+3}}{4} = \dfrac{\sqrt{28}}{4}$ $\mid z_2 \mid = \dfrac{\sqrt{4}\sqrt{7}}{4} = \dfrac{2\sqrt{7}}{4} = \dfrac{\sqrt{7}}{2}$	c) $z_3 = (3-4i)^{-2}$ $\mid z_3 \mid = \dfrac{1}{\mid 3-4i \mid^2}$ $\mid z_3 \mid = \dfrac{1}{\sqrt{3^2+4^2}^2}$ $\mid z_3 \mid = \dfrac{1}{3^2+4^2} = \dfrac{1}{9+16} = \dfrac{1}{25}$

2. Déterminer l'ensemble $\mathscr{E}$ des points M (z) du plan complexe tels que $|\, z - 4 + 3i \,| = |\, z + 5i \,|$

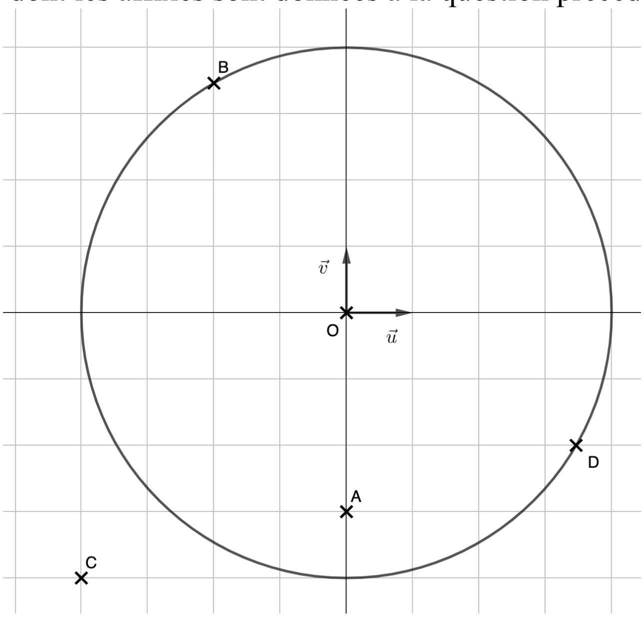
On pose A $(4 - 3i)$ et B $(-5i)$ M $(z) \in \mathscr{E}$ $\Leftrightarrow$ $|\, z - 4 + 3i \,| = |\, z + 5i \,|$ $\Leftrightarrow$ $|\, z_\mathrm{M} - z_\mathrm{A} \,| = |\, z_\mathrm{M} - z_\mathrm{B} \,|$ $\Leftrightarrow$ AM = BM M appartient à $\mathscr{E}$ si et seulement si M est équidistant de A et de B. On en déduit que $\mathscr{E}$ est la médiatrice de [AB].

<u>Exercice 3</u> :

1. Déterminer un argument des nombres complexes suivants :

$z_\mathrm{A} = -3i$ z_A est un imaginaire pur et $-3 < 0$ donc $arg(z_\mathrm{A}) \equiv \dfrac{-\pi}{2}\ [2\pi]$	$z_\mathrm{B} = -2 + 2\sqrt{3}i$ On commence par déterminer le module de z_B : $|\, z_\mathrm{B} \,| = \sqrt{(-2)^2 + (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{4 + 4 \times 3} = \sqrt{16} = 4$ En notant $\theta = arg(z_\mathrm{B})$ on a : $\begin{cases} cos(\theta) = \dfrac{-2}{4} = \dfrac{-1}{2} \\ sin(\theta) = \dfrac{2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$ On en déduit $arg(z_\mathrm{B}) \equiv \dfrac{2\pi}{3}\ [2\pi]$

2. Placer les points A et B dont les affixes sont données à la question précédente.



3. Déterminer le module et un argument des points C et D déjà placés dans le repère. Justifier.

$z_\mathrm{C} = -4 - 4i$ $|\, z_\mathrm{C} \,| = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32} = \sqrt{16}\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ En notant $\gamma = arg(z_\mathrm{C})$ on a : $\begin{cases} cos(\gamma) = \dfrac{-4}{4\sqrt{2}} = \dfrac{-\sqrt{2}}{2} \\ sin(\gamma) = \dfrac{-4}{4\sqrt{2}} = \dfrac{-\sqrt{2}}{2} \end{cases}$ On en déduit $arg(z_\mathrm{C}) \equiv \dfrac{-3\pi}{4}\ [2\pi]$	$z_\mathrm{D} = x_\mathrm{D} - 2i$ D appartient au cercle de centre O et de rayon 4 donc $|\, z_\mathrm{D} \,| = 4$ En notant $\delta = arg(z_\mathrm{D})$ on a $sin(\delta) = \dfrac{-2}{4} = \dfrac{-1}{2}$ $x_\mathrm{D} > 0 \Rightarrow cos(\delta) > 0$ On en déduit $arg(z_\mathrm{D}) \equiv \dfrac{-\pi}{6}\ [2\pi]$