

Nom :

Test n°7 - Cours

Note :

Groupe : 1Maths2-1

le 20/03/2025

... / 5

	Evaluation des capacités	
	Non	Oui
Avoir assimilé le cours (vocabulaire, définitions, propriétés et méthodes).		

Pour cette partie, la calculatrice n'est pas autorisée.

Y compris pour l'exercice au verso de cette page.

Cours : Complète les éléments du cours suivants :

... / 5

1. Une suite u est une définie sur l'ensemble (ou une partie) des entiers naturels
Quel que soit l'entier naturel n on dira que $u(n)$ est le de rang n .
On notera plutôt que $u(n)$ l'image de n par u .
2. On rencontrera deux façons de définir une suite
 - a) Soit à l'aide d'une formule
Comme par exemple, la suite définie sur $\mathbb{N}^*$ par $u_n = \frac{1}{n}$
 - b) Soit à l'aide du premier terme et d'une relation
Comme par exemple, la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = -1$ et $u_{n+1} = 2u_n + 3$.
 - c) Dans le 1^{er} / 2^{ème} cas (rayer la mention inutile) on peut calculer n'importe quel terme, comme par exemple $u_{10} = \dots$ Ce que l'on ne peut pas faire dans le 1^{er} / 2^{ème} cas (rayer la mention inutile)
 - d) Graphiquement, on peut représenter n'importe quel suite à l'aide d'un
3. a) On dit qu'une suite (u_n) est lorsque chaque terme se déduit du précédent en ajoutant toujours le même nombre réel r , appelé la de la suite.
Ces suites sont définies par des relations de récurrence de la forme :

$$u_{n+1} = \dots\dots\dots$$

- b) De plus, si le premier terme est :
 - u_0 on peut calcule u_n en appliquant la formule $u_n = \dots\dots\dots$
 - u_1 on peut calcule u_n en appliquant la formule $u_n = \dots\dots\dots$
- c) Ces suites sont croissantes si et seulement si, décroissantes si et seulement si
- d) Graphiquement, les points de coordonnées $(n; u_n)$ sont C'est pour cette raison que l'on dira que ces suites permettent de modéliser des phénomènes de croissance

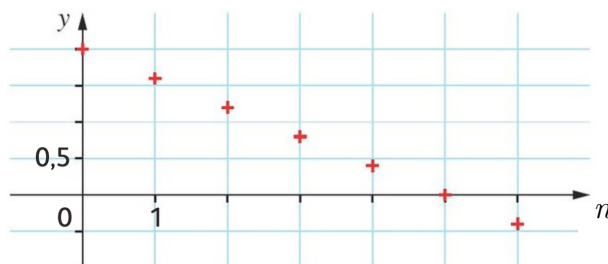
1. On considère la suite définie par $v_0 = -1$ et $v_{n+1} = -2v_n + 8$.

Calculer les quatre premiers termes de la suite.

2. On considère la suite (u_n) telle que $u_4 = 13$, $u_5 = 17$, $u_6 = 21$ et $u_7 = 24$.

Justifier que cette suite ne peut pas être arithmétique.

3. On donne ci-dessous la représentation graphique d'une suite arithmétique (w_n) . Déterminer w_{10} .



- a) Donner la valeur de w_0 .

- b) Exprimer, pour tout entier naturel n , w_n en fonction de n puis utiliser la valeur de w_5 pour déterminer la raison r de la suite (w_n) .

- c) Déterminer w_{10} .

Nom :

Test n°7 - Exercices

Note :

Groupe : 1Maths2-1

le 20/03/2025

... / 15

	Evaluation des capacités	
	Non	Oui
Calculer les premiers termes d'une suite à partir d'une relation de récurrence.	_____	►
Justifier qu'une suite n'est pas arithmétique.	_____	►
Lire graphiquement les valeurs des premiers termes d'une suite.	_____	►
Donner la relation de récurrence / la formule explicite d'une suite arithmétique.	_____	►
Calculer n'importe quel terme d'une suite à partir d'une formule explicite.	_____	►
Déterminer le plus petit entier naturel n à partir duquel le terme u_n franchit un seuil.	_____	►
Justifier le sens de variations d'une suite arithmétique.	_____	►

La calculatrice est autorisée.

Exercice 2 :

... / 5

Un apiculteur estime que la population d'abeilles adultes d'une ruche diminue chaque année de 6 500 individus. En 2020 il y avait 75 000 abeilles adultes dans la ruche.

1. Calculer le nombre d'abeilles dans la ruche en 2021 puis en 2022.

2. On note u_n le nombre d'abeilles en 2020 + n . Ainsi, $u_0 = 75\,000$.

- a) Donner, pour tout entier naturel n , l'expression de u_{n+1} en fonction de u_n .
En déduire la nature de la suite (u_n) .

- b) Donner, pour tout entier naturel n , l'expression de u_n en fonction de n .

- c) Calculer le nombre d'abeilles adultes qui resteront, selon ce modèle, en 2029.

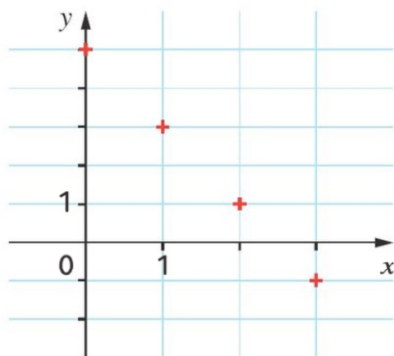
3. On admet que la suite (u_n) est définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = 75\,000 - 6\,500n$
Déterminer le plus petit entier n à partir duquel on aura $u_n < 9\,000$ puis interpréter le résultat obtenu dans le contexte de l'exercice.

Déterminer, pour chacune des affirmations suivantes si elle est vraie ou fausse.

1. Soit (v_n) la suite arithmétique de premier terme $v_1 = -2$ et de raison $r = 6$.

a) Pour tout entier naturel n de $\mathbb{N}^*$ on a $v_n = 2 + 6n$	b) La suite (v_n) est décroissante.	c) Pour tout entier naturel n de $\mathbb{N}^*$ on a $v_{n+1} = v_n - 2$
---	---------------------------------------	--

2. On représente graphiquement ci-dessous la suite arithmétique (w_n) :



a) Sa raison est -2

b) $w_2 = 3$

d) $w_{15} = -30$

Correction

Cours : Complète les éléments du cours suivants :

1. Une suite u est une **fonction** définie sur l'ensemble (ou une partie) des entiers naturels $\mathbb{N}$.
Quel que soit l'entier naturel n on dira que $u(n)$ est le **terme** de rang n .
On notera u_n plutôt que $u(n)$ l'image de n par u .
2. On rencontrera deux façons de définir une suite
 - a) Soit à l'aide d'une formule **explicite**.
Comme par exemple, la suite définie sur $\mathbb{N}^*$ par $u_n = \frac{1}{n}$
 - b) Soit à l'aide du premier terme et d'une relation **de récurrence**.
Comme par exemple, la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = -1$ et $u_{n+1} = 2u_n + 3$.
 - c) Dans le 1^{er} / ~~2^{ème}~~ cas (rayer la mention inutile) on peut calculer n'importe quel terme, comme par exemple $u_{10} = \frac{1}{10}$. Ce que l'on ne peut pas faire dans le ~~1^{er}~~ / 2^{ème} cas (rayer la mention inutile)
 - d) Graphiquement, on peut représenter n'importe quel suite à l'aide d'un **nuage de points**.
3. a) On dit qu'une suite (u_n) est **arithmétique** lorsque chaque terme se déduit du précédent en ajoutant toujours le même nombre réel r , appelé la **raison** de la suite.
Ces suites sont définies par des relations de récurrence de la forme :

$$u_{n+1} = u_n + r$$

- b) De plus, si le premier terme est :
 - u_0 on peut calculer u_n en appliquant la formule $u_n = u_0 + r n$
 - u_1 on peut calculer u_n en appliquant la formule $u_n = u_1 + r (n - 1)$
- c) Ces suites sont croissantes si et seulement si $r > 0$, décroissantes si et seulement si $r < 0$.
- d) Graphiquement, les points de coordonnées $(n; u_n)$ sont **alignés**. C'est pour cette raison que l'on dira que ces suites permettent de modéliser des phénomènes **discrets** de croissance **linéaire**.

Exercice 1 :

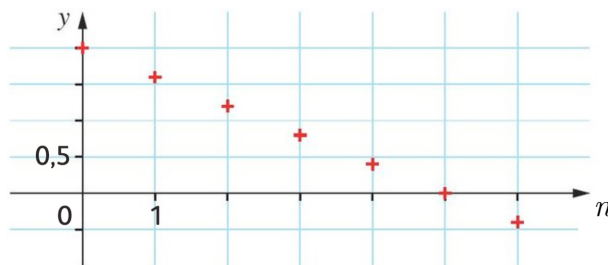
1. On considère la suite définie par $v_0 = -1$ et $v_{n+1} = -2v_n + 8$.
Calculer les quatre premiers termes de la suite.

$v_0 = -1$ $v_1 = -2v_0 + 8 = -2 \times (-1) + 8 = 2 + 8 = 10$ $v_2 = -2v_1 + 8 = -2 \times 10 + 8 = -20 + 8 = -12$ $v_3 = -2v_2 + 8 = -2 \times (-12) + 8 = 24 + 8 = 32$
--

2. On considère la suite (u_n) telle que $u_4 = 13$, $u_5 = 17$, $u_6 = 21$ et $u_7 = 24$.
Justifier que cette suite ne peut pas être arithmétique.

$u_5 - u_4 = 17 - 13 = 4$ mais $u_7 - u_6 = 24 - 21 = 3 \neq 4$ Donc la suite (u_n) ne peut pas être arithmétique.

3. On donne ci-dessous la représentation graphique d'une suite arithmétique (w_n) . Déterminer w_{10} .



- a) Donner la valeur de w_0 .

$$w_0 = 2$$

- b) Exprimer, pour tout entier naturel n , w_n en fonction de n puis utiliser la valeur de w_5 pour déterminer la raison r de la suite (w_n) .

(w_n) est arithmétique donc

$$\forall n \in \mathbb{N}, w_n = w_0 + r n = 2 + r n$$

$$\text{Or } w_5 = 0 \text{ On en déduit } 2 + 5r = 0 \Leftrightarrow 5r = -2 \Leftrightarrow r = \frac{-2}{5} = -0,4$$

- c) Déterminer w_{10} .

$$\forall n \in \mathbb{N}, w_n = w_0 + r n = 2 - 0,4 n$$

$$\text{Donc } w_{10} = 2 - 0,4 \times 10 = 2 - 4 = -2$$

Exercice 2 :

Un apiculteur estime que la population d'abeilles adultes d'une ruche diminue chaque année de 6 500 individus. En 2020 il y avait 75 000 abeilles adultes dans la ruche.

1. Calculer le nombre d'abeilles dans la ruche en 2021 puis en 2022.

$$75\,000 - 6\,500 = 68\,500 \text{ En 2021, il y avait 68 500 abeilles.}$$

$$68\,500 - 6\,500 = 62\,000 \text{ En 2022, il y en avait 62 000.}$$

2. On note u_n le nombre d'abeilles en 2020 + n . Ainsi, $u_0 = 75\,000$.

- a) Donner, pour tout entier naturel n , l'expression de u_{n+1} en fonction de u_n .

En déduire la nature de la suite (u_n) .

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = u_n - 6500$$

On en déduit que la suite (u_n) est arithmétique de raison -6 500

- b) Donner, pour tout entier naturel n , l'expression de u_n en fonction de n .

Puisque (u_n) est arithmétique de raison $r = -6\,500$ et de premier terme $u_0 = 75\,000$ on a :

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_n = u_0 + r n = 75\,000 - 6\,500 n$$

- c) Calculer le nombre d'abeilles adultes qui resteront, selon ce modèle, en 2029.

$$2029 = 2020 + 9 \text{ et } u_9 = 75\,000 - 6\,500 \times 9 = 75\,000 - 58\,500 = 16\,500$$

On en déduit qu'il y aura, selon ce modèle, 16 500 abeilles en 2029.

3. On admet que la suite (u_n) est définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = 75\,000 - 6\,500n$
 Déterminer le plus petit entier n à partir duquel on aura $u_n < 9\,000$ puis interpréter le résultat obtenu dans le contexte de l'exercice.

On résout $u_n < 9\,000$:

$$75\,000 - 6\,500n < 9\,000$$

$$75\,000 - 9\,000 < 6\,500n$$

$$n > \frac{66\,000}{6\,500}$$

Or $\frac{66\,000}{6\,500} = \frac{132}{13} \approx 10,15$ et $n \in \mathbb{N}$ donc $n \geq 11$

On en déduit que 11 ans après 2020, soit en 2031, le nombre d'abeilles deviendra inférieur à 9 000.

Exercice 3 : Vrai / Faux

Déterminer, pour chacune des affirmations suivantes si elle est vraie ou fausse.

1. Soit (v_n) la suite arithmétique de premier terme $v_1 = -2$ et de raison $r = 6$.

a) Pour tout entier naturel n de $\mathbb{N}^*$
 on a $v_n = 2 + 6n$

$$\forall n \in \mathbb{N}, v_n = v_1 + r(n-1)$$

$$v_n = -2 + 6(n-1)$$

$$v_n = -2 + 6n - 6$$

$$v_n = -8 + 6n$$

Donc l'affirmation est fausse.

b) La suite (v_n) est décroissante.

$$r = 6 > 0$$

Donc (v_n) est croissante.

Ainsi, l'affirmation est fausse.

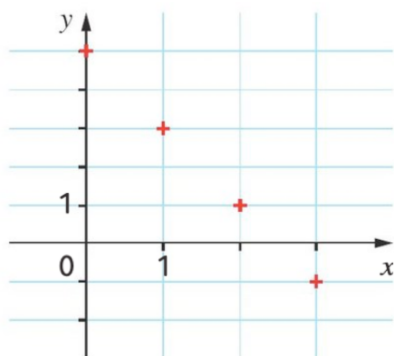
c) Pour tout entier naturel n de $\mathbb{N}^*$
 on a $v_{n+1} = v_n - 2$

(v_n) est arithmétique de raison $r = 6$ donc

$$\forall n \in \mathbb{N}, v_{n+1} = v_n + 6$$

Ainsi, l'affirmation est fausse.

2. On représente graphiquement ci-dessous la suite arithmétique (w_n) :



a) Sa raison est -2

On lit $w_0 = 5$ et $w_1 = 3$.

Par ailleurs, on sait que la suite (w_n) est arithmétique.

$$\text{Donc } r = w_1 - w_0 = 3 - 5 = -2$$

Ainsi, l'affirmation est vraie.

b) $w_2 = 3$

On lit $w_2 = 1 \neq 3$

Donc l'affirmation est fausse.

c) $\forall n \in \mathbb{N}, w_n = 2n - 5$

La suite (w_n) est arithmétique de raison -2 et de premier terme $w_0 = 5$.

$$\text{Donc } \forall n \in \mathbb{N}, w_n = w_0 + rn = 5 - 2n$$

Ainsi, l'affirmation est fausse.

d) $w_{15} = -30$

$$\forall n \in \mathbb{N}, w_n = 5 - 2n$$

$$w_{15} = 5 - 2 \times 15 = 5 - 30 = -25 \neq -30$$

Ainsi, l'affirmation est fausse.