Nom :
Groupe : 1Maths2-1

Test n°8 - Cours
le 17/04/2025

Note : **... / 6**

	Evaluation des capacités
	Non Oui
Avoir assimilé le cours (vocabulaire, définitions, propriétés et méthodes).	$\longrightarrow$

Pour cette partie, la calculatrice n'est pas autorisée.

Cours : Complète les éléments du cours suivants : **... / 6**

1. Une suite (u_n) est une ………………… définie sur l'ensemble (ou une partie) des entiers ………………… $\mathbb{N}$. Quel que soit l'entier n on dira que u_n est le terme de rang n.
2. On a étudie deux types de suites particulières :
   - Les suites …………………………… qui sont définies à partir de leur …………… r grâce à la relation de …………………………… :
     $$u_{n+1} = \text{……………………}$$
     Dans ce cas, on peut définir n'importe quel terme u_n à partir du 1^er^ grâce aux formules ………………… :
     $$u_n = \text{……………………} \quad \text{ou} \quad u_n = \text{……………………} \text{ selon que le 1}^{\text{er}} \text{ terme est } u_0 \text{ ou } u_1.$$
     Connaissant les valeurs de deux termes consécutifs, par exemple u_3 et u_4 on peut calculer la valeur de r en calculant …………………

     Ce type de suite permet de modéliser des phénomènes ……………… à croissance ………………

     Le sens de variation de ces suites ne dépend que du ……………… de r. Plus précisément, ces suites sont croissantes sur $\mathbb{N}$ si et seulement si ……………
   - Les suites …………………………… qui sont définies à partir de leur raison q grâce à la relation :
     $$u_{n+1} = \text{……………………}$$
     Dans ce cas, on peut définir n'importe quel terme u_n à partir du 1^er^ grâce aux formules :
     $$u_n = \text{……………………} \quad \text{ou} \quad u_n = \text{……………………} \text{ selon que le 1}^{\text{er}} \text{ terme est } u_0 \text{ ou } u_1.$$
     Connaissant les valeurs de deux termes consécutifs, par exemple u_3 et u_4 on peut calculer la valeur de q en calculant …………………

     Ce type de suite permet de modéliser des phénomènes à croissance ………………

     Le sens de variation de ces suites dépend du ……………… du ………………………… et de la valeur de q. Plus précisément, si u_0 ……… et si $q \in$ ……… alors cette suite est décroissante sur $\mathbb{N}$.

Nom :

Test n°8 - Exercices

le 17/04/2025

Note :

Groupe : 1Maths2-1

... / 14

	Evaluation des capacités
	Non → Oui
Calculer les premiers termes d'une suite à partir d'une relation de récurrence.	
Justifier si une suite est géométrique ou non.	
Donner la relation de récurrence / la formule explicite d'une suite géométrique.	
Calculer n'importe quel terme d'une suite à partir d'une formule explicite.	
Lire graphiquement le premier terme d'une suite.	
Déterminer par le calcul la raison d'une suite géométrique.	
Justifier le sens de variations d'une suite arithmétique.	

La calculatrice est autorisée.

Exercice 1 : Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = 3\,u_n + 4$. **... / 2**

1. Déterminer les quatre premiers termes de la suite.

2. Cette suite peut-elle être géométrique ? Justifier.

Exercice 2 : **... / 2**

On donne les quatre premiers termes d'une suite : $u_1 = 1\,024$, $u_2 = 256$, $u_3 = 64$ et $u_4 = 16$

Cette suite peut-elle être géométrique ? Justifier.

Exercice 3 : **... / 3**

Une émission de radio voit son nombre d'auditeurs augmenter de 15 % tous les ans.

En 2022 on comptait 120 000 auditeurs. On note, pour tout $n \in \mathbb{N}$, a_n le nombre d'auditeurs en $2022 + n$

1. Donner a_0 puis calculer a_1.

2. a) Exprimer, pour tout $n \in \mathbb{N}$, a_{n+1} en fonction de a_n.
   En déduire la nature de la suite et préciser sa raison.

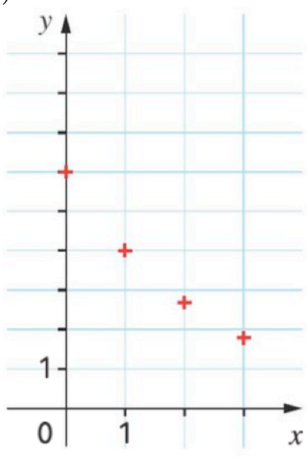
b) Donner, pour tout $n \in \mathbb{N}$ une expression de a_n en fonction de n.

c) En déduire le calcul d'une estimation du nombre d'auditeurs que la radio aura en 2029.

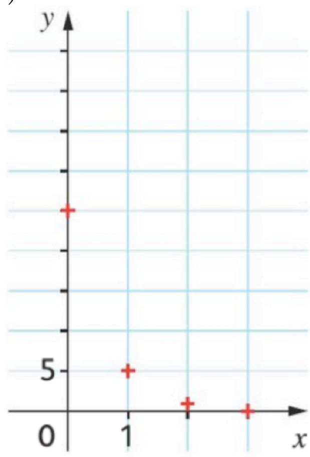
Exercice 4 : On donne les représentations des suites géométriques suivantes. **... / 4**

Dans chaque cas, donner le premier terme et calculer la raison de la suite.

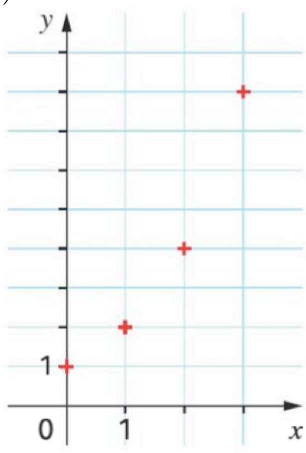
a)



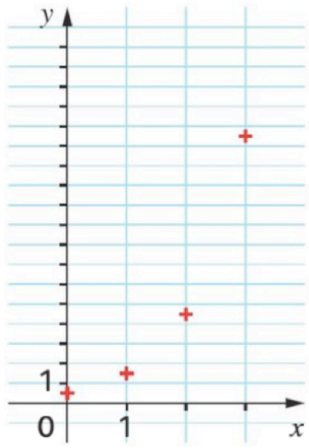
b)



c)



d)



Exercice 5 : Soit (u_n) une suite géométrique de raison 8 et de premier terme $u_0 = 3$. **... / 3**

1. Justifier les variations de la suite.

2. a) Exprimer, pour tout $n \in \mathbb{N}$, u_n en fonction de n.

b) Compléter le tableau de valeurs suivant :

n	0	1	2	3	4
u_n					

c) Déterminer le plus petit entier naturel n tel que $u_n > 1\,000$

Correction du test n°8

Cours : Complète les éléments du cours suivants :

1. Une suite (u_n) est une **fonction** définie sur l'ensemble (ou une partie) des entiers **naturels** $\mathbb{N}$. Quel que soit l'entier n on dira que u_n est le terme de rang n.

2. On a étudie deux types de suites particulières :

   - Les suites **arithmétiques** qui sont définies à partir de leur **raison** r grâce à la relation de **récurrence** :
   $$u_{n+1} = u_n + r$$
   Dans ce cas, on peut définir n'importe quel terme u_n à partir du 1^er grâce aux formules **explicites** :
   $$u_n = u_0 + r\,n \quad \text{ou} \quad u_n = u_1 + r\,(n-1) \text{ selon que le 1}^{\text{er}} \text{ terme est } u_0 \text{ ou } u_1.$$
   Connaissant les valeurs de deux termes consécutifs, par exemple u_3 et u_4 on peut calculer la valeur de r en calculant $u_4 - u_3$

   Ce type de suite permet de modéliser des phénomènes **discrets** à croissance **linéaire.**

   Le sens de variation de ces suites ne dépend que du **signe** de r. Plus précisément, ces suites sont croissantes sur $\mathbb{N}$ si et seulement si $r > 0$.

   - Les suites **géométriques** qui sont définies à partir de leur raison q grâce à la relation :
   $$u_{n+1} = u_n \times q$$
   Dans ce cas, on peut définir n'importe quel terme u_n à partir du 1^er grâce aux formules :
   $$u_n = u_0 \times q^n \quad \text{ou} \quad u_n = u_1 \times q^{n-1} \text{ selon que le 1}^{\text{er}} \text{ terme est } u_0 \text{ ou } u_1.$$
   Connaissant les valeurs de deux termes consécutifs, par exemple u_3 et u_4 on peut calculer la valeur de q en calculant $\dfrac{u_4}{u_3}$

   Ce type de suite permet de modéliser des phénomènes à croissance **exponentielle.**

   Le sens de variation de ces suites dépend du **signe** du **premier terme** et de la valeur de q. Plus précisément, si $u_0 > 0$ et si $q \in]\,0\,;\,1\,[$ alors cette suite est décroissante sur $\mathbb{N}$.

Exercice 1 : Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = 3\,u_n + 4$.

1. Déterminer les quatre premiers termes de la suite.

$u_0 = 1$
$u_1 = 3\,u_0 + 4 = 3 \times 1 + 4 = 3 + 4 = 7$
$u_2 = 3\,u_1 + 4 = 3 \times 7 + 4 = 21 + 4 = 25$
$u_3 = 3\,u_2 + 4 = 3 \times 25 + 4 = 75 + 4 = 79$

2. Cette suite peut-elle être géométrique ? Justifier.

$\dfrac{u_1}{u_0} = \dfrac{7}{1} = 7 \quad \text{mais} \quad \dfrac{u_2}{u_1} = \dfrac{25}{7} \approx 3,57 \neq 7$
Donc (u_n) n'est pas une suite géométrique.

Exercice 2 :
On donne les quatre premiers termes d'une suite : $u_1 = 1\,024$, $u_2 = 256$, $u_3 = 64$ et $u_4 = 16$
Cette suite peut-elle être géométrique ? Justifier.

$\frac{u_2}{u_1} = \frac{256}{1\,024} = \frac{1}{4}$ $\qquad$ $\frac{u_3}{u_2} = \frac{64}{256} = \frac{1}{4}$ $\qquad$ $\frac{u_4}{u_3} = \frac{16}{64} = \frac{1}{4}$

Donc (u_n) peut être une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{4}$

Exercice 3 :
Une émission de radio voit son nombre d'auditeurs augmenter de 15 % tous les ans.
En 2022 on comptait 120 000 auditeurs. On note, pour tout $n \in \mathbb{N}$, a_n le nombre d'auditeurs en $2022 + n$

1. Donner a_0 puis calculer a_1.

a_0 est le nombre d'auditeurs en 2022 donc $a_0 = 120\,000$.

L'année suivante, ce nombre augmente de 15 % donc :

$a_1 = a_0 + \frac{15}{100} \times a_0 = 120\,000 + 0,15 \times 120\,000 = 120\,000 + 18\,000 = 138\,000$

2. a) Exprimer, pour tout $n \in \mathbb{N}$, a_{n+1} en fonction de a_n.
   En déduire la nature de la suite et préciser sa raison.

a_n est le nombre d'auditeurs en $2022 + n$.

Chaque année, ce nombre augmente de 15 % donc l'année suivante on a :

$a_{n+1} = a_n + \frac{15}{100} \times a_n = a_n + 0,15\,a_n = 1,15\,a_n$

On en déduit que la suite (a_n) est géométrique de raison $q = 1,15$

   b) Donner, pour tout $n \in \mathbb{N}$ une expression de a_n en fonction de n.

Puisque la suite (a_n) est géométrique de raison $q = 1,15$ alors :
$\forall n \in \mathbb{N}, a_n = a_0 \times q^n = 120\,000 \times 1,15^n$

   c) En déduire le calcul d'une estimation du nombre d'auditeurs que la radio aura en 2029.

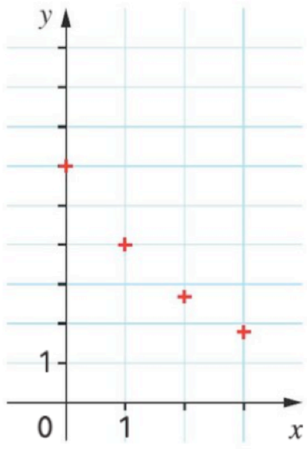
$2029 = 2022 + 7$

$a_7 = 120\,000 \times 1,15^7 \approx 319\,202$

Ainsi, selon ce modèle, en 2029 la radio aura environ $319\,202$ auditeurs.

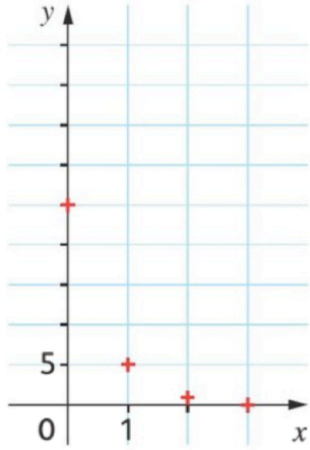
Exercice 4 : On donne les représentations des suites géométriques suivantes.
Dans chaque cas, donner le premier terme et calculer la raison de la suite.

a)



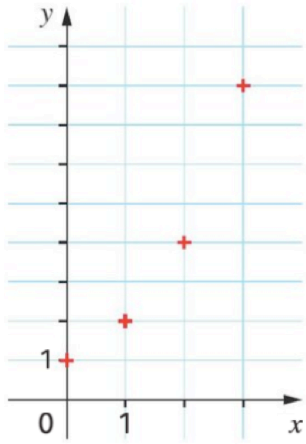
On lit $u_0 = 6$ et $u_1 = 4$
La suite étant géométrique on en déduit sa raison :
$q = \dfrac{u_1}{u_0} = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$

b)



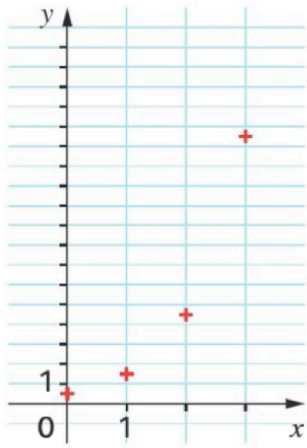
On lit $u_0 = 25$ et $u_1 = 5$
La suite étant géométrique on en déduit sa raison :
$q = \dfrac{u_1}{u_0} = \dfrac{5}{25} = \dfrac{1}{5}$

c)



On lit $u_0 = 1$ et $u_1 = 2$
La suite étant géométrique on en déduit sa raison :
$q = \dfrac{u_1}{u_0} = \dfrac{2}{1} = 2$

d)



On a $u_0 = 0,5$ et $u_1 = 1,5$
La suite étant géométrique on en déduit sa raison :
$q = \dfrac{u_1}{u_0} = \dfrac{1,5}{0,5} = 3$

Exercice 5 : Soit (u_n) une suite géométrique de raison 8 et de premier terme $u_0 = 3$.

1. Justifier les variations de la suite.

Le premier terme est positif, avec $u_0 = 3$.
De plus, la raison est $q = 8 > 1$. On en déduit que la suite (u_n) est croissante sur $\mathbb{N}$.

2. a) Exprimer, pour tout $n \in \mathbb{N}$, u_n en fonction de n.

Puisque la suite (u_n) est géométrique de premier terme $u_0 = 3$ et de raison $q = 8$ alors :
$\forall n \in \mathbb{N}, u_n = u_0 \times q^n = 3 \times 8^n$

b) Compléter le tableau de valeurs suivant :

n	0	1	2	3	4
u_n	3	24	192	1 536	12 288

c) Déterminer le plus petit entier naturel n tel que $u_n > 1\,000$

En observant le tableau de valeurs précédent on voit que $u_n > 1\,000$ à partir de $n = 3$